



**OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR 2023 SEXTA EDICION**

**MATERIAL DE ENTRENAMIENTO NIVEL II GRADO 8 Y 9, NIVEL INTERMEDIO**

El material que el comité organizador te presenta como insumo para tu preparación para las diferentes etapas de la sexta olimpiada regional de matemáticas, busca que tu razonamiento, operatividad y lógica empiecen a adaptarse a los requerimientos de la competencia, además que te sirven para recordar conceptos y procesos matemáticos importantes para el desarrollo de cualquier tipo de prueba que presentes dentro o fuera de tu institución. Bienvenido...

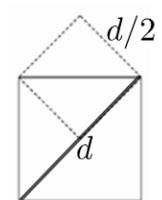
**¡SI SIEMPRE HACES LO MISMO, SIEMPRE TENDRÁS LOS MISMOS RESULTADOS,**

**¡CAMBIA E INNOVA! ..... ¡ACEPTA EL RETO!**

**SOLUCION A LOS PROBLEMAS PLANTEADOS.**

Las soluciones que te presentamos, son nuestro punto de vista y comprensión de cada problema, los caminos de la matemática para la solución de una situación pueden estar enfocados de diferente manera, así que, si tú tienes una solución diferente, bien por esa y si te parece importante no la envías al correo de la olimpiada: olimpiadamatematicaudenar@gmail.com

1. En la gráfica se muestra el diseño del piso de un teatro que está formado por dos cuadrados, el cuadrado más grande tiene 10m de lado.



El arquitecto encargado del diseño, propone que le coloquen una cenefa, que iría sobre la línea punteada en la gráfica. ¿Cuántos metros lineales de cenefa se deben comprar?

**Solución:**

Al conocer el lado del cuadrado más grande, se puede utilizar el teorema de Pitágoras para calcular la diagonal del cuadrado grande.

$$d^2 = (10m)^2 + (10m)^2 \Rightarrow d^2 = 100m^2 + 100m^2 \Rightarrow d^2 = 200m^2 \Rightarrow d = \sqrt{200m^2}$$

$$\text{De donde } d = \sqrt{100 \times 2 \times m^2} \Rightarrow d = 10\sqrt{2} \text{ m.}$$

Al observar la gráfica, se puede concluir que el lado del cuadrado pequeño es la mitad de la diagonal del cuadrado grande, de este modo el lado del cuadrado pequeños es  $l = \frac{10 \cdot \sqrt{2} \text{ m}}{2} \Rightarrow l = 5 \cdot \sqrt{2} \text{ m}$  de donde se puede concluir que el perímetro  $p = 4 \times 5 \times \sqrt{2} \text{ m} \Rightarrow p = 20 \cdot \sqrt{2} \text{ m}$

Respuesta C.

2. El valor de  $\frac{10^9 - 100^3}{1.000.000}$  es

**Solución:**  $\frac{10^9 - 100^3}{1.000.000} = \frac{10^9 - (10^2)^3}{1.000.000} = \frac{10^9 - 10^6}{10^6} = \frac{10^6 \cdot (10^3 - 1)}{10^6}$  se cancela  $10^6$  y se obtiene que

$$\frac{10^9 - 100^3}{1.000.000} = 10^3 - 1 = 1000 - 1 = 999$$

Respuesta D.



OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



3. ¿Cuál es la diferencia entre la suma de los cinco primeros números enteros pares positivos y los cinco primeros números enteros primos?

**Solución:** tomemos la suma de los primeros cinco números pares positivos.  $2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$  por otro lado, la suma de los cinco primeros números enteros primos.  $2 + 3 + 5 + 7 + 11 = 28$  ahora restamos las dos sumas  $(2 + 4 + 6 + 8 + 10) - (2 + 3 + 5 + 7 + 11) = 30 - 28 = 2$ .

Respuesta A.

4. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo que se muestra en la gráfica?

**Solución:** observando la gráfica  $2x + x = 180^\circ \Rightarrow 3x = 180^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$ . De esto se puede concluir que dos de los triángulos son equiláteros y dos de sus lados son iguales a la mitad de la diagonal. La diagonal del rectángulo debe medir el doble de del lado del triángulo equilátero.  $d = 10cm$

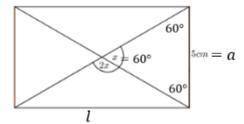
Ahora conociendo la diagonal del rectángulo  $d = 10cm$  y uno de los lados  $a = 5cm$  podemos calcular la medida del lado restante, utilizando el teorema de Pitágoras.

$$d^2 = a^2 + l^2 \Rightarrow (10cm)^2 = (5cm)^2 + l^2 \Rightarrow 100cm^2 - 25cm^2 = l^2 \Rightarrow 75cm^2 = l^2 \Rightarrow \sqrt{75cm^2} = l \Rightarrow \sqrt{3 \times 25 \times cm^2}$$

De donde se tiene que  $l = 5\sqrt{3}cm$ . Finalmente, el perímetro  $p = 5cm + 5cm + 5\sqrt{3}cm + 5\sqrt{3}cm \Rightarrow p = 10cm + 10\sqrt{3}cm$

Factorizando  $p = 10(1 + \sqrt{3})cm$

Respuesta C.



5. Cuando usted realiza la operación  $\frac{15}{7}$  obtiene un número decimal, si se suman los primeros 2023 decimales del número se obtiene.

**Solución:** al efectuar la división  $\frac{15}{7} = 2,142857$  podemos observar que el resultado es un numero periódico puro de 6 dígitos en su periodo (142857). De este modo podemos calcular cuántos grupos de 6 dígitos se pueden formar con los primeros 2023 primeros decimales dividiendo

$$\begin{array}{r} 2023 \overline{) 6} \\ \underline{22} \phantom{3} \\ 43 \phantom{7} \\ \underline{42} \phantom{7} \\ 1 \phantom{7} \end{array}$$

Se obtienen 337 grupos de 6 dígitos y sobra un dígito que sería el número 1 del siguiente grupo.

Como la suma de los dígitos de cada grupo es  $s = 1 + 4 + 2 + 8 + 5 + 7 = 27$  ahora  $27 \times 337 + 1 = 9100$

Respuesta A.

6. Teniendo en cuenta la operación  $A \blacksquare B = \frac{2A+3B}{AB}$ ,  $6 \blacksquare 3$  es igual a

**Solución:** reemplazando los valores 6 y 3 en vez de A y B se obtiene.  $6 \blacksquare 3 = \frac{2 \times 6 + 3 \times 3}{6 \times 3} \Rightarrow 6 \blacksquare 3 = \frac{12+9}{18} \Rightarrow 6 \blacksquare 3 = \frac{21}{18}$  y simplificando

$$6 \blacksquare 3 = \frac{7}{6}$$

Repuesta D.



OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



7. En años, 2023 días está más cerca a

**Solución:** teniendo en cuenta que un año está formado por 365,25 días, dividiendo  $\frac{2023}{365,25} = 5,538$  se puede observar que las dos respuestas más próximas son 5,5 y 5,6 por lo cual podemos hallar las diferencias  $5,538 - 5,5 = 0,038$  y  $5,6 - 5,538 = 0,062$  obteniendo la menor diferencia entre 5,538 y 5,5.

Respuesta A.

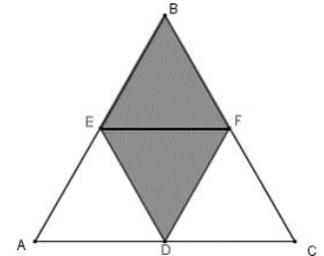
8. Que tal para seguir instrucciones: escriba un número de tres cifras de tal manera que la cifra de las unidades sea menor que la de las centenas, invierta el número y réstelo al número inicial, tome la diferencia e inviértala y sume este número a la diferencia. ¿Cuál de los siguientes números obtuvo?

**Solución:** Tomemos el numero 872 que cumple las condiciones y lo invertimos obteniendo el número 278 ahora restamos  $872 - 278 = 594$  esta diferencia la invertimos obteniendo el numero 495 y lo sumamos a la diferencia.  $594 + 495 = 1.089$

Respuesta B.

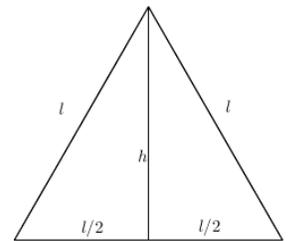
9. En la gráfica se muestra un triángulo equilátero de lado 1dm, los puntos E, F y D son los puntos medios de cada uno de los lados respectivamente. ¿Cuál es el área del rombo DFBE?

**Solución:** Teniendo en cuenta los datos del enunciado del problema y la gráfica, el triángulo ABC es equilátero y por lo tanto todos sus lados son congruentes y cada uno de los ángulos internos mide  $60^\circ$ , como E, F y D son puntos medios, se puede establecer la igualdad entre los segmentos  $\overline{AE} = \overline{AD} = \overline{DC} = \overline{CF} = \overline{BF} = \overline{BE}$ . Tomando el triángulo AED, se puede observar que por tener los segmentos  $\overline{AE} = \overline{AD}$  los ángulos E y D opuestos a los segmentos son iguales, como la suma de los ángulos internos de un triángulo debe ser  $180^\circ$  y el ángulo A es de  $60^\circ$ , la suma de los ángulos E y D debe ser  $120^\circ$  y como los dos ángulos son iguales cada uno mide  $60^\circ$ ; de este modo podemos concluir que el triángulo AED es equilátero y trazando el segmento  $\overline{EF}$  se obtienen cuatro triángulos congruentes. Análogamente se puede demostrar lo mismo para los cuatro triángulos contenidos en el triángulo grande. De este modo se puede observar que el área del rombo DFBE es la mitad del área de triángulo ABC.



Ahora en todo triángulo equilátero se puede calcular el área conociendo el lado. Calculemos primero la altura utilizando el teorema de Pitágoras

$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow l^2 = h^2 + \frac{l^2}{4} \Rightarrow l^2 - \frac{l^2}{4} = h^2 \Rightarrow \frac{4l^2 - l^2}{4} = h^2 \Rightarrow \frac{3l^2}{4} = h^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = h \Rightarrow \frac{l\sqrt{3}}{2}$$



Luego el área del triángulo equilátero es  $A = \frac{l \times l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$

para el caso particular del problema como el lado del triángulo es 1dm, reemplazando en la formula del área del triángulo equilátero se tiene  $A = \frac{(1dm)^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{3} dm^2}{4}$

Finalmente, el área del rombo DFBE es la mitad del área del triángulo equilátero ABC

$$A_{rombo} = \frac{\frac{\sqrt{3} dm^2}{4}}{2} = \frac{\sqrt{3} dm^2}{8}$$

Respuesta C.



OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



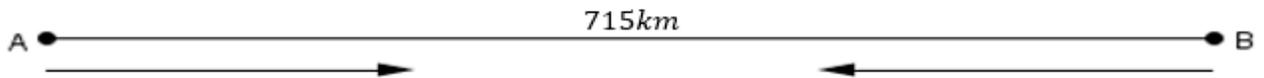
10. ¿Cuántos dígitos tiene el número  $30^{12}$ ?

**Solución:**  $30^{12}$  se puede descomponer como  $(3 \times 10)^{12} = 3^{12} \times 10^{12}$  calculando  $3^{12}$  se puede descompones como  $3^{12} = 3^6 \times 3^6$  y  $3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$  de donde  $3^{12} = 729 \times 729 = 531.441$

Finalmente  $30^{12} = 3^{12} \times 10^{12} = 531.441 \times 10^{12} = 531.441.000.000.000.000$  tiene 18 dígitos.

11. Dos autos *A* y *B* viajan en sentidos contrarios por un camino de  $715\text{km}$ . El auto *A* lleva recorrido  $\frac{7}{11}$  del trayecto cuando el auto *B* ha recorrido  $\frac{5}{13}$  del mismo trayecto, pero en sentido contrario. ¿Cuántos kilómetros separan en ese momento a los dos autos?

**Solución:**



Calculando la distancia recorrida por el auto *A* se tiene  $A = \frac{7}{11}(715\text{km}) = 7 \times 65\text{km} = 455\text{km}$

Calculando la distancia recorrida por el auto *B* se tiene  $B = \frac{5}{13}(715\text{km}) = 5 \times 55\text{km} = 275\text{km}$

Sumando las dos distancias recorridas se tiene que  $A + B = 730\text{km}$ , de donde se concluye que los dos autos ya se encontraron y finalmente están a una distancia  $d = 730\text{km} - 715\text{km} = 15\text{km}$

Respuesta D.

12. (12 ORM-UNIVALLE, 2016) Sean *a* y *b* dos números naturales tales que

$a - b = 3$  y  $a \cdot b = 108$ , entonces el valor de  $a^2 + b^2$  es.

**Solución:** Al resolver  $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$  y reemplazando se tiene que  $3^2 = a^2 - 2 \times 108 + b^2 \Rightarrow 9 = a^2 - 216 + b^2$   
Despejando se tiene  $9 + 216 = a^2 + b^2 \Rightarrow 225 = a^2 + b^2$

Respuesta D.

13. Los números obedientes que hay de entre 1 y 100 son:

$2 = 1 \times 2$     $6 = 2 \times 3$     $12 = 3 \times 4$     $20 = 4 \times 5$   
 $30 = 5 \times 6$     $42 = 6 \times 7$     $56 = 7 \times 8$     $72 = 8 \times 9$   
 $90 = 9 \times 10$   
TOTAL 9   Respuesta B

14. Empiezan 250

Segunda prueba pasa  $250 \times 40\% = 100$

Tercera prueba  $100 \times 35\% = 35$

Llegan  $35 \times 40\% = 14$

Respuesta A

15. Primer día recorre  $\frac{1}{4}$  le falta  $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Segundo día recorre  $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{8}$

$\frac{3}{8} = 105$

Entonces  $\frac{3}{8}x = 105$  por lo tanto  $x = \frac{8 \times 105}{3} = 280$

Respuesta D



OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



16. El triángulo es un triángulo escaleno, si se traza la altura  $h$  y aplicamos el teorema de Pitágoras, encontramos los valores de  $a$  y  $b$

$$3^2 + 3^2 = a^2 \text{ de donde } a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} = b$$

$$\text{Perímetro} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 6 = 6 + 6\sqrt{2} = 6(1 + \sqrt{2}) \text{ u}$$

Respuesta B

17. Área =  $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{6 \times 3\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2} \text{ u}^2$  Respuesta E NINGUNA DE LAS ANTERIORES

18. Como 20% y 25% representan la quinta y la cuarta parte, entonces hay 25 personas en fútbol y 20 en natación. De los cuales solo 20 practican fútbol y 15 solo practican natación. Así que 35 practican un solo deporte

Respuesta D

19. Si la media aritmética de 5 jugadores es 192cm entonces entre los 5 suman  $5 \times 192 = 960$ , pero, para 6 jugadores la media debe ser 194cm, los 6 deben sumar

$$6 \times 194 = 1164$$

$$\text{Así que el sexto jugador debe medir } 1164 - 960 = 204 \text{ cm}$$

Respuesta A

Otra forma: Si la media es 192 y se quiere subir a 194, a cada uno de los 5 jugadores les falta 2 cm

$$2 \times 5 = 10 \text{ cm y el sexto jugador debe medir } 194 + 10 = 204 \text{ cm}$$

20 El triángulo es triángulo rectángulo y se puede aplicar el teorema de Pitágoras.

$$(x + 5)^2 + 5^2 = (x + 6)^2 \text{ desarrollando los binomios se obtiene:}$$

$$x^2 + 2 \times 5x + 25 + 25 = x^2 + 2 \times 6x + 36$$

$$x^2 + 10x + 50 = x^2 + 12x + 36$$

$$50 - 36 = 12x - 10x$$

$$14 = 2x \text{ de ahí que } x = \frac{14}{2} = 7$$

Los catetos miden 5 y  $x + 5 = 12$  y la hipotenusa  $x + 6 = 13$

$$\text{Perímetro} = 5 + 12 + 13 = 30$$

$x = 7$  y perímetro = 30

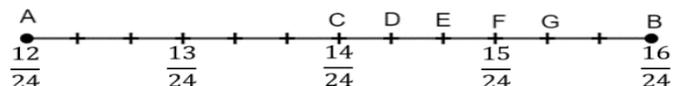
Respuesta B

21. El m.c.m (2, 3 y 8) = 24 y la recta tiene 12u lo que indica que cada tres marcas de la recta representan  $\frac{1}{24}$ . Si amplificamos las

fracciones a denominador 24, nos quedan  $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$ ;  $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$

Y  $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$  y este número está en el punto F

Respuesta B.





OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



22. Divisores de 28, 1,2,4,7,14 la suma  $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$  perfecto.  
Divisores de 14, 1,2,7, la suma  $1+2+7= 10$  no es perfecto.

Divisores de 18, 1,2,3,6,9, la suma  $1 + 2 + 3 + 6 + 9 = 21$  no es perfecto.  
Divisores de 32, 1,2,4,8,16 la suma  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$  no es perfecto.

Respuesta A

23. El área del semicírculo de la figura es  $\frac{\pi \times r^2}{2}$

$$\frac{\pi \times 6^2}{2} = 18\pi$$

El área del círculo pequeño es  $\pi \times r^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi$

El área de la región sombreada será  $18\pi - 9\pi = 9\pi$

Respuesta C

24. Si en la tabla aumento la frecuencia acumulada queda:

EDAD	F <sub>abs</sub>	F <sub>acu</sub>
15	50	50
16	40	90
17	60	150
18	50	200
19	20	220

La moda es 17, la mediana es el promedio de los datos 110 y 111 es decir 17 años y la media es:  
 $(15 \times 50 + 16 \times 40 + 17 \times 60 + 18 \times 50 + 19 \times 20) \div 220 = 16,77$

I La moda 17 años verdadero

II La mediana es mayor que la media verdadera y

III la mitad de los estudiantes tienen 17 y 18 años verdadero porque  $60 + 50 = 110$

Respuesta D

25. Si ordeno los datos queda 4, 5, 5, 6, 7 si inserto 5 y 17 entonces da 4, 5, 5, 5, 6, 7, 17  
Mediana= 5 ya no cumplen

Si inserto 9 y 13 entonces da 4, 5, 5, 6, 7, 9, 13  
Mediana= 6 Media=  $49 \div 7 = 7$  Moda=5 si cumplen

Si inserto 8 y 14 entonces da 4, 5, 5, 6, 7, 8, 14  
Mediana= 6 Media=  $49 \div 7 = 7$  Moda=5 si cumplen

Respuesta D



OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



ESPERAMOS QUE TE HAYAS DIVERTIDO AL RESOLVER ESTE CUESTIONARIO, RECUERDA QUE LO MAS IMPORTANTE ES LO QUE APRENDES CUANDO TU DECIDES HACER LAS COSAS Y ACEPTAR EL RETO DE HACERLO TÚ SOLO.....

ANIMO ADELANTE.... TE ESPERAMOS EN LA PRIMERA RONDA DE LA SEXTA OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UNIVERSIDAD DE NARIÑO 2023.