



OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR 2023 SEXTA EDICION

MATERIAL DE ENTRENAMIENTO NIVEL III GRADO 10 Y 11, NIVEL SUPERIOR

El material que el comité organizador te presenta como insumo para tu preparación para las diferentes etapas de la sexta olimpiada regional de matemáticas, busca que tu razonamiento, operatividad y lógica empiecen a adaptarse a los requerimientos de la competencia, además que te sirven para recordar conceptos y procesos matemáticos importantes para el desarrollo de cualquier tipo de prueba que presentes dentro o fuera de tu institución. Bienvenido...

**¡SI SIEMPRE HACES LO MISMO, SIEMPRE TENDRÁS LOS MISMOS RESULTADOS,**

**¡CAMBIA E INNOVA! ..... ¡ACEPTA EL RETO!**

**SOLUCION A LOS PROBLEMAS PLANTEADOS.**

Las soluciones que te presentamos, son nuestro punto de vista y comprensión de cada problema, los caminos de la matemática para la solución de una situación pueden estar enfocados de diferente manera, así que, si tú tienes una solución diferente, bien por esa y si te parece importante no la envías al correo de la olimpiada: [olimpiadamatematicaudenar@gmail.com](mailto:olimpiadamatematicaudenar@gmail.com)

Desarrolla los siguientes puntos:

1.  $\frac{3,6 - 2 \cdot 5,8}{3,6 \cdot 4 + 3} =$     A.  $\frac{3,6}{7}$     B.  $\frac{6}{7}$     C.  $\frac{3}{7}$     D.  $-\frac{8}{17,4}$

OPERAMOS  $\frac{3,6 - 11,6}{14,4 + 3} = \frac{-8}{14,4}$     RESPUESTA CORRECTA OPCION D.

2. Si pasado mañana es domingo 1 de julio, ¿qué día de la semana será dentro de 60 días?

- A. Domingo    B. jueves    C. lunes    D. miércoles

Respuesta:

Si pasado mañana es domingo 1 de julio, hoy es viernes, entonces contamos 58 días después del domingo, los días de la semana son siete, por lo tanto, se repiten cada siete días, así que el siguiente domingo será 8, el siguiente 15 y así sucesivamente, entonces tenemos la sucesión de domingos 1, 8, 15, 22, 29, 36, 43, 50 y 57 el día 57 es domingo. El día 58 es lunes.

RESPUESTA CORRECTA OPCION C.



OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



3. En un colegio de 500 estudiantes, hay 13 niñas por cada 7 niños, ¿Cuántos niños hay en total?

- A. 185    B. 350    C. 175    D. 325

Respuesta:

En un grupo de 20 estudiantes hay 13 niñas y 7 niños, dividimos 500 por 20 para saber cuantos grupos de 20 estudiantes hay en el colegio, nos da 25 grupos de 20, entonces multiplicamos 25 por el numero de niños en cada grupo de 20 que son 7,  $25 \times 7$  nos da como resultado 175.

Entonces en el colegio hay 175 niños.

RESPUESTA CORRECTA OPCION C.



4. ¿Determinar el valor de  $(a + b)^2$  ? conociendo que  $a \cdot b = 36$  y  $a^2 + b^2 = 45$

- A. 175    B. 325    C. 117    D. 325

Respuesta:

Resolvemos el binomio de Newton  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  sustituimos los valores que conocemos  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 45 + 2 \cdot 36 = 45 + 72 = 117$

RESPUESTA CORRECTA OPCION B



5. Si tuviera 160 mas de lo que tengo me alcanzaría a comprar 5 galletas que cuestan \$ 280 cada una, si quiero comprar 7 dulces a \$ 180, ¿Cuánto dinero me falta?

- A. 85    B. 50    C. 75    D. 20

Lo que tengo + lo que me falta =  $5 \cdot 280 \implies$  tengo =  $1.400 - 160 = 1.240$

Voy a comprar 7 dulces . 180 cada uno = 1.260  $\implies$  me faltan  $1.260 - 1.240 = 20$  pesos

RESPUESTA CORRECTA OPCION D



6. El perímetro de un triangulo isósceles es igual a  $4x$ , si la base del triángulo mide  $b$ , ¿Cuál es la medida de uno de los dos lados iguales?

- A.  $\frac{4x - b}{2}$     B.  $2x + 2b$     C.  $4b - 2x$     D.  $2x - b$

Respuesta: si en un problema puedes representar gráficamente la situación, ya tienes un 80 % de seguridad que vas a poder resolverlo.



OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



Así que grafiquemos: perímetro = suma de todos los lados de una figura geométrica



$$P = Y + Y + b = 2Y + b = 4X \quad \text{ENTONCES } 2Y = 4X - b \quad \text{DE DONDE}$$

$$Y = \frac{4X - b}{2}$$

RESPUESTA CORRECTA OPCION A

RESPONDA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS 7, 8 Y 9 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACION:

Una piscina de 20 m de largo, 10 m de ancho y 1,5 m de profundidad a las 10 am está llena.

7. Si tiene una fuga de  $10 \text{ m}^3$  cada media hora a las 6 de la tarde, ¿Cuál es la altura del agua que queda en la piscina?

- A. 0,85 m    B. 0,50 m    C. 0,75 m    D. 0,7 m

Respuesta: RECORDEMOS QUE VOLUMEN = AREA DE LA BASE X ALTURA

Determinamos el volumen inicial  $V = \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura} = 20 \times 10 \times 1,5 = 300 \text{ m}^3$

Si tiene una fuga de  $10 \text{ m}^3$  cada media hora, tiene una fuga de  $20 \text{ m}^3$  en una hora, entonces en 8 horas (de las diez am a las 6 pm hay 8 horas) ha perdido  $160 \text{ m}^3$ , entonces determinamos el volumen a las 6 pm,  $V = 300 - 160 = 140 \text{ m}^3$ , despejamos altura de la fórmula de volumen:  $h =$

$$\frac{\text{volumen}}{\text{largo} \times \text{ancho}} = \frac{140}{20 \times 10} = \frac{140}{200} = \frac{14}{20} = 0,7 \text{ m}^3$$

RESPUESTA CORRECTA OPCION D

8. Al otro día la piscina está totalmente vacía, el encargado arregla la fuga y coloca dos mangueras para llenarla rápidamente, la manguera 1 le surte  $75 \text{ m}^3$  por hora y la manguera 2, surte  $25 \text{ m}^3$  por hora, ¿Cuánto tiempo tarda en llenarse completamente la piscina?

- A. 8, 5 h    B. 5 h    C. 3 h    D. 2,75 h,

Recordemos que el volumen total de la piscina es de  $300 \text{ m}^3$ , las mangueras juntas surten un volumen de  $75 + 25 = 100 \text{ m}^3$ ,



OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



$$\text{tiempo de llenado en horas} = \frac{\text{volumen total}}{\text{volumen por hora}} = \frac{300}{100} = 3 \text{ horas}$$

RESPUESTA CORRECTA OPCION C



9. Si Carlos nada a una velocidad de 2,5 m/seg, cuanto tiempo tarda en dar 10 vueltas completas (ida y vuelta) a la piscina?

- A. 85 s   B. 160 s   C. 75 s   D. 200 s

Respuesta:

Recordemos que el largo es de 20 metros, en 10 vueltas (ida y vuelta) recorre 400 metros,

$$\text{entonces } v = \frac{D}{T} \text{ entonces, } T = \frac{D}{v} = \frac{400}{2,5} = 160 \text{ SEG}$$

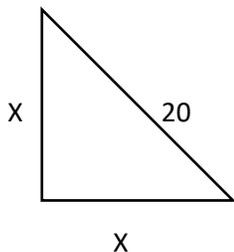
RESPUESTA CORRECTA OPCION B



10. En un triángulo rectángulo sus catetos son iguales, la hipotenusa mide 20 cm, ¿Cuál es la longitud de uno de los catetos?

- A. 40,85 cm   B.  $10\sqrt{2}$  cm   C.  $100\sqrt{2}$  cm   D.  $20\sqrt{10}$  cm

Respuesta: Aplicamos el teorema de Pitágoras donde  $x^2 + x^2 = 20^2$ , entonces  $2x^2 = 400$



$$x^2 = \frac{400}{2} = 200, x = \sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = 10\sqrt{2}$$

RESPUESTA CORRECTA OPCION B



11. se inscribe un hexágono en un círculo de radio 10 cm, tal como lo muestra la figura, ¿Cuánto mide el área sombreada,  $\pi = 3,14$ ?



- A. 314 cm<sup>2</sup>   B.  $100\pi - 10\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>   C.  $100\pi - 150\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>   D.  $200\pi - 100\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>



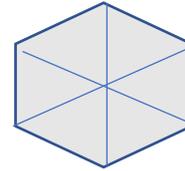
OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



Respuesta: Tememos dos formas de enfrentar este problema:

1. Dividiendo el hexágono en triángulos equiláteros y encontrar el área de uno de ellos, multiplicar por 6 para encontrar el área del hexágono y restar del área del círculo para encontrar el área sombreada.

Se forman 6 triángulos equiláteros (6 lados y 6 ángulos iguales), aplicamos la fórmula de Heron para calcular el Área de un triángulo conocidos sus lados, a, b y c.



$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{donde } S = \frac{a+b+c}{2}$$

Recordemos que el radio del círculo es diez, entonces todos los lados del triángulo miden 10 cm, entonces  $S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{10+10+10}{2} = \frac{30}{2} = 15$ , sustituyendo en la formula de Heron.

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{15(15-10)(15-10)(15-10)} =$$

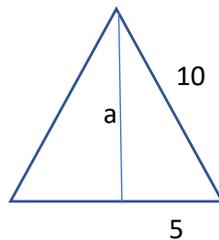
$$A = \sqrt{15 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = 25\sqrt{3}$$

$$\text{Área del hexágono} = 6 \cdot 25\sqrt{3} = 150\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\text{Área sombreada} = \text{área del círculo} - \text{área del hexágono} = \pi \cdot r^2 - 150\sqrt{3} = 100\pi - 150\sqrt{3}$$

**El área sombreada es de  $100\pi - 150\sqrt{3}$  RESPUESTA CORRECTA OPCION C**

2. Aplicar teorema de Pitágoras para encontrar la apotema del hexágono y calcular el área multiplicando el perímetro por apotema y dividiendo por 2.



Te dejamos este ejercicio para que tu lo hagas.





OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



12. En un papel viejo se encontró esta suma de tres números de tres cifras, cuyo resultado era de 1847, con una nota que decía, “El menor de los números DE TRES CIFRAS, que se pueden formar, con los valores de X, Y, Z, dividido entre dos, es la edad de mi madre”; ¿Cuántos años tiene mi madre?

	X	4	5
	9	Y	2
	5	2	Z
1	8	4	8

- A. 89 años    B. 69 años    C. 75 años    D. 54 años

Respuesta: en la columna de las unidades, tenemos que :  $5 + 2 + z = 8$  por lo tanto  $z = 1$ . En la columna de las decenas  $4 + y + 2 = 14$  coloco 4 y llevo una unidad a la columna de las centenas, por lo tanto  $y = 8$ , en las columnas de las centenas  $1 + x + 9 + 5 = 18$  entonces  $x = 3$ ,

ENTONCES LOS NUMEROS SON 3, 8, 1, EL MENOR NUMERO DE TRES CIFRAS ES 138, QUE SE DIVIDE ENTRE 2 = 69

EL MENOR NUMERO ES 138 QUE DIVIDIDO POR 2 ES 69, QUE ES LA EDAD DE MI MADRE

RESPUESTA CORRECTA OPCION B



13. En la tabla se presentan las notas de un estudiante en el área de filosofía.

3,5	5,0	4,0	2,5	3,5	4,5	3,5	3,0	3,0	4,0	3,5	2,0
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Se hacen las siguientes afirmaciones:

1. La nota promedio es de 3,5
2. La moda de las notas es de 3,5

De las afirmaciones es correcto asegurar que:

- A. (1) y (2) son verdaderas
- B. (1) es verdadera y (2) es falsa
- C. (1) es falsa y (2) es verdadera
- D. (1) y (2) son falsas

Respuesta: calculamos el promedio o media aritmética  $x = \frac{\text{suma de datos}}{\text{numero de datos}} = \frac{42}{12} = 3,5$

Y recordamos que la moda es el dato que más se repite, moda = 3,5

Por lo tanto, las afirmaciones 1 y 2 son verdaderas, RESPUESTA CORRECTA OPCION A





OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



14. Los números  $x, y, z$  son números positivos,  $a$  es un numero negativo,

la expresión  $\frac{(x * a)(x*a)* a^3}{a*(z*a)}$  es: A. positiva B. negativa C. igual a cero D.  $= a^3$

Respuesta: en el numerador  $a$  se repite 5 veces y todo numero negativo elevado a una potencia impar, el resultado es negativo, en el denominador  $a$  se repite 2 veces y todo número negativo elevado a una potencia par es positivo entonces tenemos que

$$\frac{(+ \cdot -) \cdot (+ \cdot -) \cdot (-)}{(-) \cdot (+ \cdot -)} = \frac{-}{+} = -$$

El resultado es siempre negativo, **RESPUESTA CORRECTA OPCION B**



15. Los valores de  $s$  en la ecuación:  $2s^2 - 8s = 0$ , son:

- A. 8 y 5 B. 1 y 0 C. 8 y 2 D. 0 y 4

Respuesta. Resolvemos la ecuación  $2s^2 - 8s = 0$  factorizamos el factor común  $2s(s - 4) = 0$

Aplicamos la propiedad que si  $a$  y  $b$  son números reales, y  $a \cdot b = 0$  entonces  $a = 0$  ó  $b = 0$

Entonces  $2s(s - 4) = 0$ ,  $2s = 0$  ó  $s - 4 = 0$  entonces las soluciones son  $s = 0$  ó  $s = 4$

**RESPUESTA CORRECTA OPCION D**



16. el valor de:  $\log_2 64 + \log_2 256 - \log_2 128 - \log_2 \frac{1}{16} = x$

- A. 8 B. -2 C. 11 D. 3

Respuesta: aplicando la definición de logaritmo que es el exponente al que hay que elevar la base para obtener la cantidad sub logaritmica, tenemos que

$$\log_2 64 = 6, \quad \log_2 256 = 8, \log_2 128 = 7 \text{ y } \log_2 \frac{1}{16} = -4$$

Entonces  $x = 6 + 8 - 7 - (-4) = 14 - 7 + 4 = 11$  **RESPUESTA CORRECTA OPCION C**





OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



17. la siguiente tabla muestra una relación directa entre la distancia D y el tiempo T, ¿Los valores de m y n para que se cumpla esta relación, son respectivamente?

D	5,0	25,0	40,0	n
T	20	m	160	240

- A. 80 y 50    B. 100 y 60    C. 80 y 20    D. 110 y 80

Respuesta: una relación entre dos variables  $x$ ,  $y$  es una relación directa si las dos variables crecen con la misma proporción, la distancia pasa de 5 a 25, es decir se multiplica 5 veces, lo mismo debe ocurrir con  $t$ , si 20 se multiplica por 5, tenemos que  $m = 100$ , ahora  $T$  cambia de 160 a 240 es decir se multiplica por  $240 / 160 = 1,5$ , lo mismo debe ocurrir a  $D$ , entonces multiplicamos 40 por  $1,5 = 40 \cdot 1,5 = 60$ , entonces los valores de  $m$  y  $n$ , para que  $m$  y  $n$  tengan una relación directa es de  $m=100$  y  $n = 60$ .    **RESPUESTA CORRECTA OPCION B**

18. Si  $\sin(x) = \frac{1}{2}$  y  $\cos(x)$  es positivo, ¿cuánto vale  $\sec^2(x)$ ?

- A. 0,85    B. 1,333...    C. 0,75    D. 0,3333...

Respuesta: recordemos la identidad fundamental de la trigonometría  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  y que

$$\sec = \frac{1}{\cos x}, \text{ entonces: } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4},$$

entonces  $\cos x = \pm \sqrt{\frac{3}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$  pero como  $\cos x$  es positivo entonces escogemos la opción positiva,

$$\text{entonces } \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} = 1,3333 \dots =$$

**RESPUESTA CORRECTA OPCION B**



OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR  
2023



19. El cuadrado de lado  $x$  cm, tiene un segmento que divide en tres partes iguales a uno de sus lados, si este segmento mide  $\sqrt{10}$  cm, ¿Cuál es el perímetro en cm y el área en  $\text{cm}^2$  del cuadrado de lado  $x$ , respectivamente?

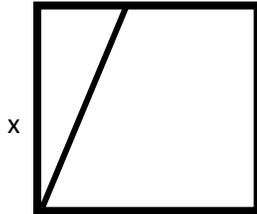
$x/3$

A. 12 y 9

B. 10 y 100

C. 80 y 400

D. 10 y  $10/3$



Respuesta: el triángulo es un triángulo rectángulo, podemos aplicar teorema de Pitágoras para encontrar el lado  $x$ ,  $x^2 + \left(\frac{x}{3}\right)^2 = (\sqrt{10})^2 = x^2 + \frac{x^2}{9} = 10 = \frac{9x^2 + x^2}{9} = 10$

Entonces  $\frac{10x^2}{9} = 10$ ,  $x^2 = \frac{10 \cdot 9}{10} = 9$ , entonces  $x\sqrt{9} = 3$ , el lado  $x$  del cuadrado mide 3 cm

El perímetro del cuadrado =  $4 \cdot 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$ , el área del cuadrado =  $3 \cdot 3 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2$

RESPUESTA CORRECTA OPCION A



20. Un hombre deja en su testamento:  $3/10$  de su testamento a su esposa, dos quintos a su hija, un cuarto a su hijo y lo que sobra 8 millones a su abogado, ¿El valor de lo que tenía era?

A. 177'500.000

B. 160'000.000

C. 240'000.000

D. 500'000.000

Respuesta: sea  $x$  el valor de la herencia dejado por el hombre en cuestión, podemos escribir los valores dejados a los miembros de su familia así:

$$x - \frac{3}{10}x - \frac{2}{5}x - \frac{1}{4}x = 8'000.000$$

multiplicamos la ecuación por 20 ( mínimo común múltiplo de 4, 5 y 10)

$$20x - 6x - 8x - 5x = 160'000.000 \quad 20x - 19x = 160'000.000 \quad x = 160'000.000$$

Entonces el valor de la herencia era de 160'000.000

RESPUESTA CORRECTA OPCION B





## OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UDENAR 2023



ESPERAMOS QUE TE HAYAS DIVERTIDO AL RESOLVER ESTE CUESTIONARIO, RECUERDA QUE LO MAS IMPORTANTE ES LO QUE APRENDES CUANDO TU DECIDES HACER LAS COSAS Y ACEPTAR EL RETO DE HACERLO TÚ SOLO.....

ANIMO ADELANTE.... TE ESPERAMOS EN LA PRIMERA RONDA DE LA SEXTA OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMATICAS UNIVERSIDAD DE NARIÑO 2023.

