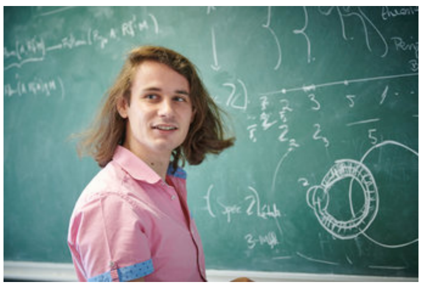
Olimpiadas Regionales de Matemáticas
Universidad de Nariño
Nivel II (Grados 8 y 9)
Entrenamiento No. 7: Álgebra (Profesores)

> *Sé el cambio que quieres ver en el mundo.*
>
> Mahatma Gandhi, *Pacifista, político, pensador y abogado hinduista indio.*, 2 de octubre de 1869 – 30 de enero de 1948.

1. Peter Scholze (1987-)



www.mpg.de

Scholze es un matemático e investigador alemán conocido por su trabajo en geometría algebraica. Ha sido profesor en la Universidad de Bonn desde 2012 y director del Instituto Max Planck de Matemáticas desde 2018. El joven investigador es considerado como una de las estrellas actuales en el mundo de las matemáticas, investiga en el ámbito de la geometría algebraica y busca conexiones entre diversos campos de las ciencias matemáticas. En el 2018 recibió la Medalla Fields, que se considera el más alto honor profesional en matemáticas.

2. Problema resuelto

(OBMEP, 2005) En una fiesta el número de mujeres era cuatro veces el número de hombres. Después de la llegada de 5 parejas, el porcentaje de hombres en la fiesta pasó a ser 26 %. ¿Cuál es el porcentaje de hombres en la fiesta antes de la llegada de las parejas?¿Cuántos hombres y mujeres hay en la fiesta después de la llegada de las 5 parejas?

a) 15 %, 13 hombres y 35 mujeres después de la llegada de las 5 parejas.

b) 18 %, 15 hombres y 37 mujeres después de la llegada de las 5 parejas.

c) $\boxed{\text{20 %, 13 hombres y 37 mujeres después de la llegada de las 5 parejas}}$.

d) 25 %, 15 hombres y 37 mujeres después de la llegada de las 5 parejas.

e) 22 %, 13 hombres y 37 mujeres después de la llegada de las 5 parejas.

Solución. Sea m el número de mujeres y h el número de hombres antes de la llegada de las parejas. Como el número de mujeres es cuatro veces el número de hombres, tenemos $m = 4h$. Luego la fracción de hombres antes de la llegada de las cinco parejas es

$$\frac{\text{número de hombres antes de la llegada de las 5 parejas}}{\text{número de personas antes de la llegada de las 5 parejas}} = \frac{h}{m+h} = \frac{h}{4h+h} = \frac{h}{5h} = \frac{1}{5} = 0{,}20.$$

Así el porcentaje de de hombres antes de la llegada de las 5 parejas es de 20 %.
Después de la llegada de las 5 parejas, el número de hombres es $h+5$ y el de mujeres $m+5$. De esta manera la fracción de hombres en la fiesta pasa a ser

$$\frac{h+5}{(m+5)+(h+5)} = \frac{h+5}{4h+5+h+5} = \frac{h+5}{5h+10} = \frac{26}{100} = \frac{13}{50}$$

Resolviendo la ecuación tenemos que $50(h+5) = 13(5h+10) \to 15h = 120 \to h = 8$.
Como $m = 4h$ se sigue que $m = 32$, luego después de la llegada de las 5 parejas hay $h+5 = 13$ hombres y $m+5 = 37$ mujeres. $\square$

3. Problemas Propuestos

1. (ORM-UDENAR, 2021) Paula y Mateo nacieron la misma fecha pero en años diferentes. Si en el año 2021 la suma de sus edades es 35, entonces ¿En qué año la suma de sus edades será 101?

   a) 2026 b) $\boxed{2054}$ c) 2087 d) 2102 e) 2103

   Idea para la solución: Note que en cada año la suma aumenta en dos años de edad, así se necesitarán 33 años para que la suma sea 101.

2. (OCM, 2017) Un turista hace un viaje durante varios días. El primer día recorre una quinta parte del total de la distancia por recorrer durante todo el viaje. El segundo día recorre 21 kilómetros y luego de hacerlo se encuentra a la mitad del recorrido total. La cantidad de kilómetros recorridos por el turista durante los dos primeros días es

   a) 14 b) 21 c) $\boxed{35}$ d) 70 e) 55

   Idea para la solución: Si x es la cantidad de kilómetros recorridos en el primer día, después del primer día le faltan $4x$. Con un razonamiento similar se llega a una ecuación de primer grado donde la cantidad de kilómetros recorridos durante los primeros días es 35.

3. (Matesfacil, 2016) Si dentro de 10 años Adriana tiene el triple de la edad que tiene ahora, ¿qué edad tendrá entonces?

   a) $\boxed{15}$ b) 18 c) 21 d) 24 e) 27

   Idea para la solución: Si x es la edad actual, $x + 10$ será la edad después de 10 años, luego establezca la ecuación correspondiente.

4. (Canguro Matemático, 2002) Los números a, b, c, d y e son positivos, tales que $ab = 2, bc = 3, cd = 4, de = 5$. ¿Cuál es el valor de $\frac{e}{a}$?

   a) $\boxed{\frac{15}{8}}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{4}{5}$ e) Ninguno de los anteriores

   Idea para la solución: Utilizar los productos mencionados para escribir una expresión algebraica con e en el numerador y a en el denominador.

5. (OM-UDEA, 2020) Dado que $x = 2, y = 1$ es la solución al sistema

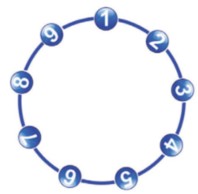
$$\begin{cases} ax + by = 7, \\ bx + cy = 5. \end{cases}$$

   Entonces la relación entre a y c es

   a) $4a + c = 9$ b) $2a + c = 9$ c) $\boxed{4a - c = 9}$
   d) $2a - c = 9$ e) $3a - c = 9$

   Idea para la solución: Basta reemplazar los valores de x y y en el sistema y formular una ecuación que depende sólo de a y c.

6. (OBMEP, 2016) Luciana marcó los números de 1 a 9 en una circunferencia, como se muestra en la figura. A partir del número 1 ella comenzó a saltar de 4 en 4. En el primer salto ella fue de 1 a 5, en el segundo de 5 a 9, en el tercero de 9 a 4 y así sucesivamente. ¿Después de saltar 1000 veces, en qué número ella paró?



a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) $\boxed{5}$

Idea para la solución:

Después de 9 saltos, Luciana retornará a la posición marcada con el número 1, conforme indicado en la secuencia siguiente:

$$1 \longrightarrow 5 \longrightarrow 9 \longrightarrow 4 \longrightarrow 8 \longrightarrow 3 \longrightarrow 7 \longrightarrow 2 \longrightarrow 6 \longrightarrow 1$$

English Challenge

7. (CUEMATH, 2020) A man is climbing up a mountain which is inclined. He has to travel 100 km to reach the top of the mountain. Every day he climbs up 2 km forward in the day time. Exhausted, he then takes rest there at night time. At night, while he is asleep, he slips down 1 km backwards because the mountain is inclined. Then how many days does it take him to reach the mountain top?

   Idea para la solución: Siguiendo la secuencia el alpinista avanza 1 km por día, de modo que en el día 99 cumplirá el objetivo.

Referencias

[1] Canguro Matemático. Recuperado de www.canguromat.org.es.

[2] CUEMATH, 30 Fun Maths Questions with Answers. Recuperado de www.cuemath.com.

[3] Jose Luis Llopis Fabra. Recuperado de https://www.matesfacil.com/.

[4] OBMEP, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Recuperado de obmep.org.br.

[5] OCM, Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Recuperado de oc.uan.edu.co/olimpiada-colombiana-de-matematicas.

[6] OM-UDEA, Olimpiadas de Matemáticas, Universidad de Antioquia. Recuperado de www.olimpiadasudea.co.

[7] ORM-UDENAR, Olimpiadas Regionales de Matemáticas, Universidad de Nariño. Recuperado de orm.udenar.edu.co.

Comité Organizador ORM-UDENAR y Profesores de Apoyo
E-mail: orm@udenar.edu.co
Página web: http://orm.udenar.edu.co/
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad de Nariño
2021