



Olimpiadas Regionales de Matemáticas  
 Universidad de Nariño  
 Nivel II (Grados 8 y 9)  
 Entrenamiento No. 5: Combinatoria (Profesores)



“ Tu eres igual que cualquiera de tus compañeros, tú tienes la misma capacidad, y la misma oportunidad de tener éxito, aquí tu puedes ser el número uno, solo necesitas ganas. No cuentes las veces que te caíste al piso, cuenta las veces que te levantaste. DETERMINACIÓN + DISCIPLINA + TRABAJO FUERTE = CAMINO AL ÉXITO. ”

Jaime Alfonso

Escalante Gutiérrez, *Profesor de Matemáticas Boliviano*, logró su distinción por su trabajo al enseñar cálculo a estudiantes la mayoría latinoamericanos con bajos recursos en la Escuela Preparatoria Garfield (Los Ángeles, California). Entre 1974 a 1991 logra que sus estudiantes superen exitosamente la prueba a nivel avanzado (A. P.) que es un requisito para ingresar a la universidad en EE. UU., 31 de diciembre de 1930 – 30 de marzo de 2010.

## 1. Vicente Erdulfo Ortega Patiño (1944, –)



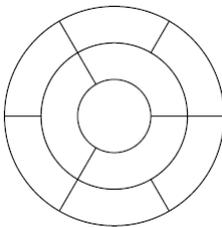
[colciencias.gov.co](http://colciencias.gov.co)

Nació en Guaitarilla en el Departamento de Nariño, Colombia. Es profesor Asociado de la Universidad de Nariño con más de 40 años de vinculación. Es Licenciado en Educación, especialidad Matemáticas, de la Universidad de Nariño; Especialista en Matemática Avanzada de la Universidad Nacional de Colombia y Magister en Educación de la Universidad del Valle. Debido a su formación tanto en matemáticas como en educación, ha sido promotor de importantes cambios en la Licenciatura en Matemáticas. Ha dirigido diversos trabajos de grado en la Universidad de Nariño y tesis de maestría en la Universidad del Cauca. Gracias al rigor que maneja en sus escritos, se ha caracterizado por ser un excelente revisor en diferentes proyectos de investigación.

Las ORM-UDENAR agradecen al profesor Erdulfo Ortega por sus palabras de ánimo para este proyecto, en las que siempre resalta la importancia de la resolución de problemas matemáticos en todos los niveles educativos.

## 2. Problema resuelto

(OBMEP, 2019) La figura muestra un tablero objetivo en una pared que está fijo y no puede ser rotado. Este está dividido en 10 partes, divididas en un círculo central, un anillo menor y un anillo mayor (externo). Debemos distribuir los números de 1 a 10 en cada parte, las cuales serán las puntuaciones obtenidas al acertar.



¿De cuántas maneras podemos distribuir los números de forma que los números más cercanos al centro no sean menores que los números más distantes del centro?

*Solución.* En el círculo central debe estar el número 10 (única posibilidad); en el anillo menor se deben ubicar los números 7, 8 y 9 en los tres lugares ( $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  posibilidades); en el anillo externo se ubican los 6 números restantes ( $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$  posibilidades). Por lo tanto, el número total de formas para esta distribución es  $1 \cdot 6 \cdot 720 = 4320$ . □

### 3. Problemas Propuestos

1. (OM-UDEA, 2020) Para ir de la ciudad  $A$  a la ciudad  $B$  hay 4 caminos, para ir de la ciudad  $B$  a la ciudad  $C$  hay 3 caminos, entre la ciudad  $C$  y la ciudad  $D$  hay sólo 2 caminos. ¿Cuántos caminos hay para ir de la ciudad  $A$  a la  $D$  sin devolverse?

- a) 9                      b) 12                      c) 15                      d) 20                      e)

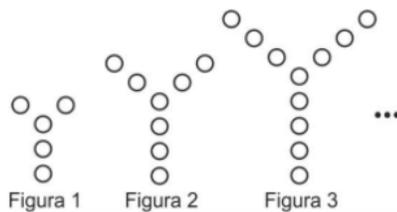
**Idea para la solución:** Realizar un diagrama con los caminos entre las distintas ciudades.

2. (XXIX-OLCOMA, 2017) En el número 213 se tiene que 3 divide a 21. La cantidad de números de tres dígitos que cumplen que el dígito de las unidades divide al número formado por los dígitos de las centenas y decenas es

- a) 110                      b) 112                      c) 153                      d)                       e) 360

**Idea para la solución:** Establezca para cada dígito de las unidades, los múltiplos de ese dígito desde 10 hasta 99.

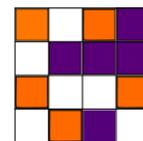
3. (OBMEP, 2019) Observe la secuencia de las figuras, todas ellas tienen la forma de la letra  $Y$ . Siguiendo este patrón, ¿cuántas bolas tendrá la  $15^a$  figura?



- a) 35                      b)                       c) 50  
d) 52                      e) 60

**Idea para la solución:** Note que la primera figura es formada por 5 bolas, a partir de ella cuando se pasa a la siguiente figura se suman 3 bolas (una más en cada esquina); de esta forma la figura 15 tendrá  $5 + 3 \times 14 = 47$  bolas.

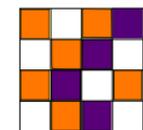
4. (APMO, 2015) Los 16 cuadros de una cuadrícula de  $4 \times 4$  se deben pintar con tres colores. Ya están pintados como se muestra. ¿Cuál es la mínima cantidad de cuadros que deben repintarse para que cuadros que compartan lado tengan diferente color?



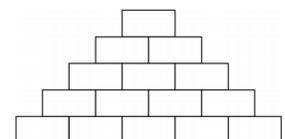
- a) 2                      b)                       c) 4                      d) 5                      e) 6

**Idea para la solución:**

Como se muestra en la figura repintando 3 se cumple la tarea deseada. Además, se puede verificar que no basta con repintar ni 1 ni 2 de los cuadros.



5. (OJM, 2017) Sara quiere escribir un entero positivo en cada una de las casillas de la figura que se muestra. Para hacerlo sigue el siguiente algoritmo: En la fila de abajo escribe números cualesquiera. Luego en cada casilla, a partir de la segunda fila, de abajo hacia arriba, coloca la suma de los números que están en las dos casillas inmediatamente debajo de ella. ¿Cuál es la mayor cantidad de números impares que Sara puede escribir?



- a) 5                      b) 7                      c) 8                      d)                       e) 11

**Idea para la solución:** Observe que todos los números quedan determinados por los que se coloquen en las cinco cajas de la base, y que sólo interesa si éstos son pares (P) o impares (I). Examinando las posibles distribuciones en la base (que se reducen por simetría) se ve que el máximo de impares es 10, y se alcanza para las bases IIPII, IPIIP y PIIP.

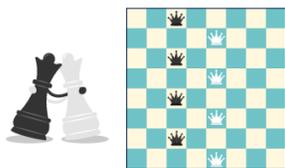
6. (Combinatoria Elemental, 2021) ¿Cuántas palabras, no necesariamente pronunciables, de 5 letras cada una se pueden formar con 8 consonantes diferentes y 3 vocales diferentes, si las vocales y consonantes deben ir alternadas sin repetición?

a)       b) 8!      c) 120      d) 336      e) 2016

**Idea para la solución:** Utilice el principio de la suma en dos grupos los que empiezan en consonante y los que empiezan en vocal, alternando las posibilidades entre consonantes y vocales

### English Challenge

7. (AoPS, 2021)



Arrange 9 black queens and 9 white queens on a chessboard so that no black queen attacks a white queen. An example with  $n = 4$  is shown below. Try to make  $n$  as big as you can!

**Idea para la solución** Una posible solución es la que se muestra en la imagen



### Referencias

- [1] AoPS, Art Of Problem Solving. Recuperado de [artofproblemsolving.com](http://artofproblemsolving.com).
- [2] APMO, Asian Pacific Mathematics Olympiad. Recuperado de <http://www.ommenlinea.org/apmo>.
- [3] Luiz Zegarra, Capítulo 6: Combinatoria elemental. Recuperado de <http://www.luiszegarra.cl>.
- [4] OBMEP, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Recuperado de [obmep.org.br](http://obmep.org.br).
- [5] OJM, Olimpiada Juvenil de Matemáticas, Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas. Recuperado de [www.acmven.org/](http://www.acmven.org/).
- [6] OM-UDEA, Olimpiadas de Matemáticas, Universidad de Antioquia. Recuperado de [www.olimpiadasudea.co](http://www.olimpiadasudea.co).
- [7] Problemas y soluciones XXIX Olimpiada Costarricense de Matemáticas, Revista Digital: Matemática, Educación e Internet. Recuperado de <https://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/4233>.

**Comité Organizador ORM-UDENAR y Profesores de Apoyo**

E-mail: [orm@udenar.edu.co](mailto:orm@udenar.edu.co)

Página web: <http://orm.udenar.edu.co/>  
Departamento de Matemáticas y Estadística

Universidad de Nariño

2021