# Olimpiadas Regionales de Matemáticas[*]
# Universidad de Nariño
# Nivel III (Grados 10 y 11)
# Entrenamiento No. 5: Combinatoria

> *Tu eres igual que cualquiera de tus compañeros, tú tienes la misma capacidad, y la misma oportunidad de tener éxito, aquí tu puedes ser el número uno, solo necesitas ganas. No cuentes las veces que te caíste al piso, cuenta las veces que te levantaste. DETERMINACIÓN + DISCIPLINA + TRABAJO FUERTE = CAMINO AL ÉXITO.*

Jaime Alfonso Escalante Gutiérrez, *Profesor de Matemáticas Boliviano, logró su distinción por su trabajo al enseñar cálculo a estudiantes la mayoría latinoamericanos con bajos recursos en la Escuela Preparatoria Garfield (Los Ángeles, California). Entre 1974 a 1991 logra que sus estudiantes superen exitosamente la prueba a nivel avanzado (A. P.) que es un requisito para ingresar a la universidad en EE. UU.*, 31 de diciembre de 1930 – 30 de marzo de 2010.

## 1. Vicente Erdulfo Ortega Patiño (1944, –)

colciencias.gov.co

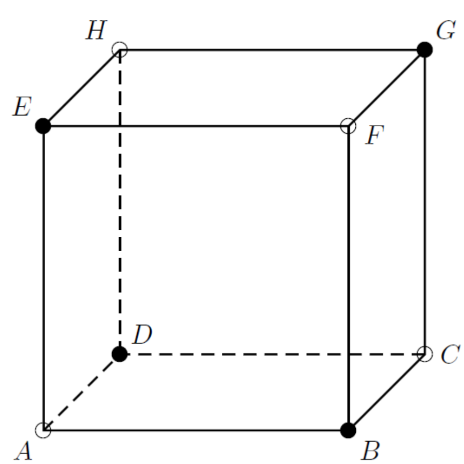
Nació en Guaitarilla en el Departamento de Nariño, Colombia. Es profesor Asociado de la Universidad de Nariño con más de 40 años de vinculación. Es Licenciado en Educación, especialidad Matemáticas, de la Universidad de Nariño; Especialista en Matemática Avanzada de la Universidad Nacional de Colombia y Magister en Educación de la Universidad del Valle. Debido a su formación tanto en matemáticas como en educación, ha sido promotor de importantes cambios en la Licenciatura en Matemáticas. Ha dirigido diversos trabajos de grado en la Universidad de Nariño y tesis de maestría en la Universidad del Cauca. Gracias al rigor que maneja en sus escritos, se ha caracterizado por ser un excelente revisor en diferentes proyectos de investigación.

Las ORM-UDENAR agradecen al profesor Erdulfo Ortega por sus palabras de ánimo para este proyecto, en las que siempre resalta la importancia de la resolución de problemas matemáticos en todos los niveles educativos.

## 2. Problema resuelto

(OMCC, 2011) En cada uno de los vértices de un cubo hay una mosca. Al sonar un silbato, cada una de las moscas vuela a alguno de los vértices del cubo situado en una misma cara que el vértice de donde partió, pero diagonalmente opuesto a éste. Al sonar el silbato, ¿de cuántas maneras pueden volar las moscas de modo que en ningún vértice queden dos o más moscas?

a) 49 b) 64 c) $\boxed{81}$ d) 36 e) 25



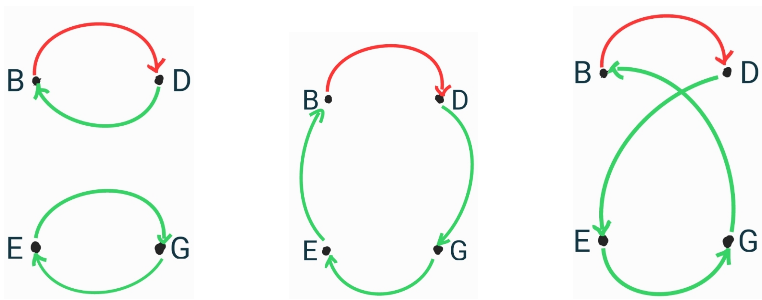

**Respuesta**: c).

[*]Comité Organizador ORM-UDENAR y Profesores de Apoyo 2021, orm.udenar.edu.co

*Solución.* Considerar los conjuntos de vértices:

$$M_1 = \{B, D, E, G\} \quad M_2 = \{A, C, F, H\}.$$

Observe que una mosca en un vértice de $M_1$ solamente puede volar a uno de los vértices del mismo conjunto. Lo mismo sucede para las moscas ubicadas en los vértices de $M_2$. Supongamos que la mosca ubicada en el vértice $B$ vuela al vértice $D$, entonces existen 3 maneras en que las moscas pueden volar de modo que en ningún vértice queden dos o más moscas. La primera de ellas es cuando $D$ vuela a $B$, $E$ vuela a $G$, y $G$ vuela a $E$; la segunda, es cuando $D$ vuela a $G$, $G$ vuela a $E$, y $E$ vuela a $B$; y la última, es cuando $D$ vuela a $E$, $E$ vuela $G$, y $G$ vuela a $B$. Estas tres maneras de volar se representan en las siguientes figuras:




En cada uno de los casos, cuando la mosca situada en $B$ vuela a $E$ o a $G$, se obtienen 6 nuevas maneras de volar. Por lo tanto, para las moscas ubicadas en el conjunto $M_1$, se obtienen en total 9 maneras de volar. De forma similar sucede para las moscas en el conjunto $M_2$. De ahí que, por el principio de multiplicación se tendrían en total $9 \times 9 = 81$ maneras de volar. □

## 3. Problemas Propuestos

1. (OMGTO, 2020) Ale tiene 5 pantalones, 4 blusas, 3 faldas y 3 pares de zapatos. ¿De cuántas formas diferentes se puede vestir sí debe de usar una blusa, un pantalón o falda y un par de zapatos?

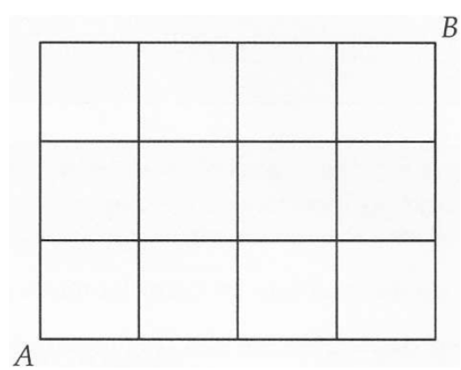
   a) 180 b) 15 c) 96 d) 105 e) 60

2. (OMGTO, 2021) Nuria hará una pequeña reunión a la que invitó solamente a 5 de sus amigos y va a comprar dulces para comer entre ella y sus amigos, pero no sabe cuántos de sus invitados irán a la reunión. Quiere asegurarse de que sin importar cuántos amigos vayan, pueda repartir a cada uno y a ella la misma cantidad de dulces. ¿Cuál es la mínima cantidad de dulces que debe comprar?

   a) 75 b) 60 c) 45 d) 30 e) 15

3. (AoPS, 2007) Cada bloque de la cuadrícula que se muestra a continuación es de 1unid. $\times$ 1unid. Supongamos que deseamos caminar de la esquina $A$ a la $B$ a través de un camino de 7 unidades, pero tenemos que mantenernos en la cuadrícula, sin atravesar los bloques. ¿Cuántos caminos diferentes podemos tomar?

   a) 30 b) 210 c) 35 d) 144 e) 5.040




4. (OMMAGS, 2018) Hay cuatro libros de matemáticas, seis de física y dos de química. Los libros de cada área son distintos y estos deben ser colocados en una estantería. ¿Cuántas colocaciones distintas admiten, si sólo los libros de matemáticas tienen que estar juntos?

   a) 8'709.120 b) 207.360 c) 3'628.800 d) 11496'038.400 e) 252

5. (Gonzáles, 2001) En un hospital se utilizan cinco símbolos para clasificar las historias clínicas de sus pacientes, de manera que los dos primeros son letras y los tres últimos son dígitos. Suponiendo que hay 25 letras, ¿cuántas historias clínicas podrán hacerse, si las dos letras no pueden ser iguales?

   a) 625.000 b) 625 c) 600.000 d) 600 e) 100

6. (ACMVEN, 2014) ¿ De cuántas maneras pueden colocarse una torre blanca y una torre negra, cada una en una casilla diferente de un tablero de ajedrez de $8 \times 8$, de modo que no se ataquen? (Nota: las torres se atacan si están en una misma fila o en una misma columna).

   a) 1.508 b) 3.631 c) 4.960 d) 3.136 e) 4.096

**English Challenge**

7. (CMO, 2002) Let $S$ be a subset of $\{1, 2, ..., 9\}$, such that the sums formed by adding each unordered pair of distinct numbers from $S$ are all different. For example, the subset $\{1, 2, 3, 5\}$ has this property, but $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ does not, since the pairs $\{1, 4\}$ and $\{2, 3\}$ have the same sum, namely 5. What is the maximum number of elements that $S$ can contain?

   a) 6 b) 5 c) 7 d) 8 e) 9