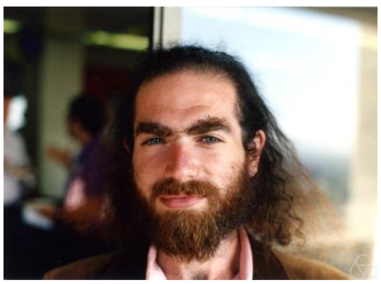
> *Lo que importa verdaderamente en la vida no son los objetivos que nos marcamos, sino los caminos que seguimos para lograrlo. (Peter Bamm).*

Peter Bamm, *Fue médico cirujano y escritor alemán. Participó como voluntario en la I Guerra Mundial, en la II Guerra Mundial participó como médico militar y su más conocida novela es La bandera invisible (Die unsichtbare Flagge).*

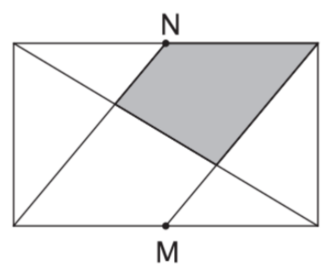
1. Grigori Perelman (1966-)



es.wikipedia.org

Grigori «Grisha» Yákovlevich Perelmán es un matemático ruso que ha hecho contribuciones históricas a la geometría riemanniana y a la topología geométrica. En particular, ha demostrado la conjetura de geometrización de Thurston, con lo que se ha logrado resolver la famosa conjetura de Poincaré, propuesta en 1904 y considerada una de las hipótesis matemáticas más importantes y difíciles de demostrar.
En agosto de 2006, se le otorgó a Perelmán la Medalla Fields por «sus contribuciones a la geometría y sus ideas revolucionarias en la estructura analítica y geométrica del flujo de Ricci». El 18 de marzo de 2010, el Instituto de Matemáticas Clay anunció que Perelmán cumplió con los criterios para recibir el primer premio de los problemas del milenio de un millón de dólares, por la resolución de la conjetura de Poincaré. Es considerado uno de los hombres más inteligentes del mundo.

2. Problema resuelto

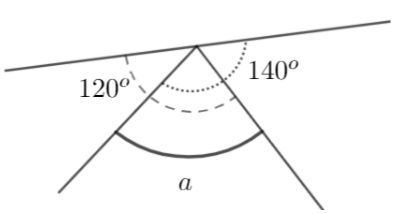


(OBMEP, 2013) La figura representa un rectángulo de 120 m^2 de área. Los puntos M y N son los puntos medios de los lados a los que pertenecen. ¿Cuál es el área de la región sombreada?
Respuesta: 30 m^2.

Solución. Note que si M y N son puntos medios de los lados, las divisiones desde estos puntos a los vértices opuestos, como se muestra en la figura, forman dos triángulos rectángulos, cada triángulo tiene un área de $1/4$ del área del rectángulo inicial, de tal manera que juntos tienen la mitad del área del rectángulo. De esta forma el paralelogramo central formado por los lados horizontales del rectángulo y las diagonales a las que pertenecen N y M tienen área igual a la mitad del rectángulo; es decir 60 m^2. Por lo tanto el área sombreada tiene área igual a $60/2 = 30$ m^2. □

3. Problemas Propuestos

1. (OMPR, 2006-2007)



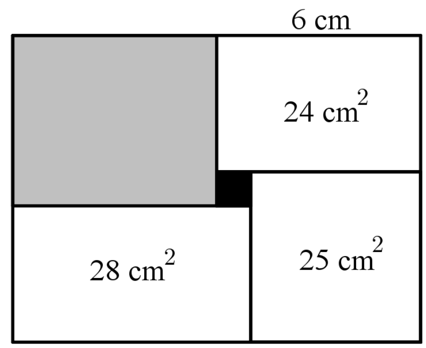
La mediada del ángulo a es:

a) 60°
b) $\boxed{80°}$
c) 100°
d) 70°
e) 90°

Idea para la solución: Los sulplementos de los ángulos dados más el ángulo a forman un ángulo llano.

2. (ORM-UDENAR, 2021)

   Si en la figura el cuadrado de color negro tiene área de 1 cm^2, ¿cuál es el área de la región sombreada?

   a) 26 cm^2

   b) 28 cm^2

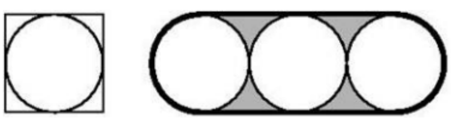
   c) $\boxed{30\ \mathrm{cm}^2}$

   d) 32 cm^2

   e) 35 cm^2

   Idea para la solución: A partir de las longitudes dadas en la figura, deducir sucesivamente la medida de todos los lados de los rectángulos.

3. (OM-UDEA, 2012) En la primera figura hay un círculo de radio 1 cm inscrito en un cuadrado. ¿El área sombreada de la segunda figura es?

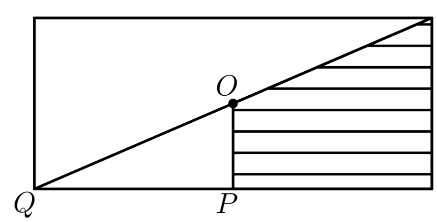
   a) $\boxed{2(4-\pi)\ \mathrm{cm}^2}$ b) $8-\pi\ \mathrm{cm}^2$ c) $2(2-\pi)\ \mathrm{cm}^2$

   d) $2(1-\pi)\ \mathrm{cm}^2$ e) $4-\pi\ \mathrm{cm}^2$

   Idea para la solución: Note que en la primera gráfica el área sombreada es de un cuadrado menos un círculo y en la segunda figura se tiene 2 veces el área sobrante de la primera figura.

4. (OMPR, 2006-2007)

   Si O es el punto medio del rectángulo y el área del triángulo rectángulo OPQ es de 7 cm^2. ¿Cuál es el área de la figura subrayada?

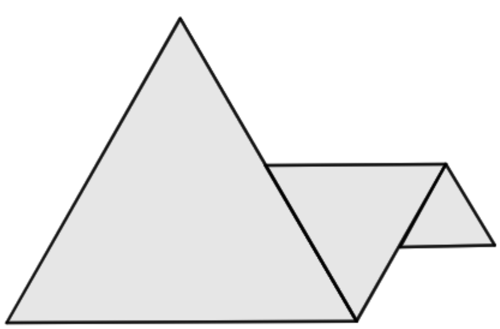
   

   a) 20 cm^2 b) $\boxed{21\ \mathrm{cm}^2}$ c) 22 cm^2

   d) 23 cm^2 e) 25 cm^2

   Idea para la solución: Note que el área del triángulo OPQ es la octava parte del área del rectángulo.

5. (OMA, 1999) Con 3 triángulos equiláteros se armó esta figura. El triángulo grande tiene 48 cm de perímetro. El lado del triángulo mediano es la mitad del lado del triángulo grande. El lado del triángulo pequeño es la mitad del lado del triángulo mediano. ¿Cuál es el perímetro de la figura?

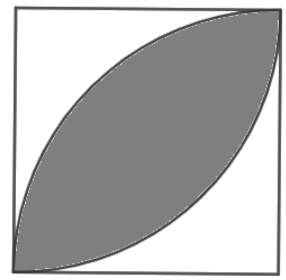
   a) 84 cm b) 72 cm c) 68 cm

   d) 56 cm e) $\boxed{60\ \mathrm{cm}}$

   Idea para la solución: Deducir todos los lados de los triángulos equiláteros sabiendo que el lado mayor es de 16 cm y finalmente sumar los lados no comunes con otros triángulos.

6. (ORM-UDENAR, 2021)

   Si el cuadrado tiene lado 1 cm, ¿cuál es el área de la figura sombreada?

   a) $\boxed{\frac{\pi}{2} - 1 \text{ cm}^2}$ b) $\frac{\pi}{2}$ cm^2

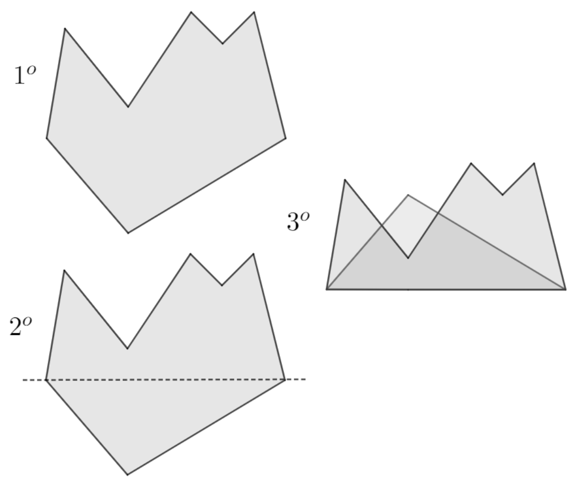
   c) π cm^2 d) $\frac{\pi}{2} - 2$ cm^2

   e) $\pi - 2$ cm^2

   Idea para la solución: La mitad de la figura sombreada corresponde a un cuarto de círculo menos un triángulo rectángulo

English Challenge

7. (AoPS, 2021)

   1^o Lizzie cut a polygon out of a piece of paper,

   2^o She folded the polygon along a straight line,

   3^o To form a new polygon.

   Could the perimeter of Lizzie's new polygon be greater than the perimeter of her original polygon?

   Idea para la solución: Note que en el nuevo polígono algunos lados del polígono original no se tienen en cuenta.
   Respuesta: El perímetro del nuevo polígono no puede ser mayor.

Referencias

[1] AoPS, Art Of Problem Solving. Recuperado de artofproblemsolving.com.

[2] OBMEP, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Recuperado de obmep.org.br.

[3] OM-UDEA, Olimpiadas de Matemáticas, Universidad de Antioquia. Recuperado de www.olimpiadasudea.co.

[4] OMA, Olimpiada Matemática Argentina. Recuperado de http://www.oma.org.ar.

[5] OMPR, Olimpiadas Matemáticas de Puerto Rico. Recuperado de om.pr.

[6] ORM-UDENAR, Olimpiadas Regionales de Matemáticas, Universidad de Nariño. Recuperado de orm.udenar.edu.co.

Comité Organizador ORM-UDENAR y Profesores de Apoyo
E-mail: orm@udenar.edu.co
Página web: http://orm.udenar.edu.co/
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad de Nariño
2021