



Olimpiadas Regionales de Matemáticas
Universidad de Nariño
Nivel II (Grados 8 y 9)
Entrenamiento No. 1: Misceláneo (Profesores)



“ La ciencia es más que un simple conjunto de conocimientos: es una manera de pensar. ”

Carl Sagan , Astrónomo, astrofísico, cosmólogo, escritor y divulgador científico estadounidense, 9 de noviembre de 1934 – 20 de diciembre de 1996.

1. Henri Poincaré (1854-1912)



www.bbc.com

Poincaré fue uno de los gigantes de las matemáticas y uno de los genios de la historia. Además de matemático, fue astrónomo y físico teórico. Con su portentosa memoria, solía resolver los problemas completamente en su cabeza y, una vez resueltos, escribía rápidamente los resultados. Catalogado por E.T. Bell como el “último universalista”, un hombre que estaba a gusto en todas las ramas de las matemáticas, tanto puras como aplicadas. Considerado uno de esos raros sabios capaz de hacer importantes contribuciones en campos tan diversos como el análisis, el álgebra, la topología, la astronomía y la física teórica.

2. Problema resuelto

(OJM, 2017) Cuatro jugadores anotaron goles en un partido de balonmano. Todos ellos anotaron un número distinto de goles. Entre los cuatro, Miguel fue el que menos goles anotó. Los otros tres jugadores anotaron 20 goles, en total. ¿Cuál es el número mayor de goles que Miguel pudo haber anotado?

- a) 3 b) 2 c) 5 d) 4 e) 6

Solución. Observemos que con las condiciones dadas los tres jugadores diferentes a Miguel pudieron obtener 20 goles de diferentes formas. Sin embargo, vamos a analizar la cantidad de goles que podría haber marcado el que haya hecho entre los tres el menor número de goles, al que llamaremos jugador C. Claramente como Miguel también marcó por lo menos un gol, es fácil ver que el jugador C debió haber marcado por lo menos 2 goles. Sin embargo como, $20 = 8 + 7 + 5$, entonces el jugador C podría haber marcado 5 goles. Ahora como en cualquier opción que supongamos en que el jugador C haya marcado 6 o más goles, se contradice las condiciones del problema, podemos concluir que el mayor número de goles que podría haber marcado Miguel es 4. \square

3. Problemas Propuestos

1. (OM-UDEA, 2020) Si $2^{21} + 2^{20} + 2^{19} + 2^{19} = 2^n$, entonces n es:

- a) 71 b) 27 c) 23 d) 21 e) 22

Idea para la solución: Calcular factor común, luego igualar exponentes.

2. (OME, 2006) Los números naturales 22, 23, y 24 tienen la siguiente propiedad: los exponentes de los factores primos de su descomposición son todos impares:

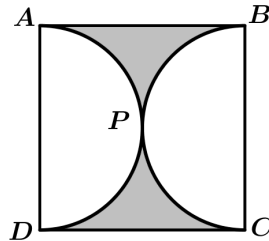
$$22 = 2^1 * 11^1, 23 = 23^1, 24 = 2^3 * 3^1$$

Entonces, 7 números consecutivos que cumplan con esta propiedad son:

- a) 10, 11, 12 b) 23, 24, 25 c) 27, 28, 29 d) 31, 32, 33 e) 34, 35, 36

Idea para la solución: Verificar los números que cumplen la condición dada en el enunciado.

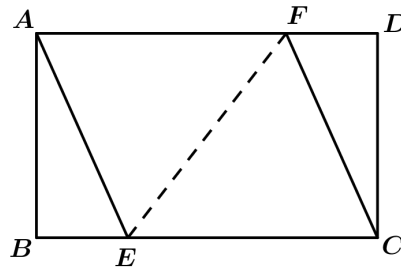
3. (NCERT, 2020) Si $ABCD$ es un cuadrado de 14 cm de lado y APD y BPC son semicírculos. ¿Cuál es el área de la región sombreada en cm^2 ?



- a) $196 - 49\pi$ b) $4\pi\sqrt{40}$ c) $16 - 4\pi\sqrt{36}$ d) 49π e) 52cm^2

Idea para la solución: Dado que el lado del cuadrado mide 14 cm, su área es igual a 196cm^2 . También se tiene que el radio de los semicírculos es de 7 cm. Por lo tanto, el área de la región sombreada es igual a el área del cuadrado menos el área de los semicírculos.

4. (OM-UDEA, 2020) En los lados AD y BC del rectángulo $ABCD$, se escogen los puntos F y E , respectivamente, tal que $AECF$ sea un rombo, como muestra la figura.



Si $AD = 16\text{cm}$ y $AB = 12\text{cm}$. ¿Cuánto mide EF ?

- a) 11 cm b) 12 cm c) 13 cm d) 14 cm e) 15 cm

Idea para la solución: Sea x el lado del rombo, dado que, sus lados son de igual longitud, se tiene que

$$\begin{aligned} CF^2 &= FD^2 + CD^2 \\ x^2 &= (16 - x)^2 + 12^2 \\ x &= \frac{25}{2}. \end{aligned}$$

Luego, usando el Teorema de Pitágoras se halla el valor de la diagonal $AC = 20$. Recuerde que las diagonales de un rombo son perpendiculares y se bisecan en su punto de corte.

5. (OMM, 2017) Andrés, Benito, Carlos y Daniel tienen sus oficinas en el mismo edificio. Uno de ellos es abogado, otro es banquero, otro es contador y otro es dentista. Si tenemos la siguiente información:
- Daniel es cliente del abogado.
 - El contador es amigo de Benito, pero ninguno es cliente del otro.
 - El dentista tiene como cliente a Daniel.

- Ni Andrés ni el dentista conocen a Carlos.

¿Cómo se llama el abogado?

- a) Andrés b) Benito c) d) Daniel e) Banquero

Idea para la solución: Ir descartando las profesiones que no pueden tener cada uno, haciendo uso de la información que nos da el problema.

6. (OMPR, 2018-2019) Dos chicas Eva y Olga y tres chicos, Hugo, Paco y Luis, juegan con una pelota. Cuando una chica tiene la pelota, ella la lanza a la otra chica o a un chico. Cuando un chico tiene la pelota, él la lanza a otro chico, pero nunca al chico de quién acaba de recibirla. Eva empieza lanzando la pelota a Hugo. ¿Quién hará el quinto lanzamiento?

- a) b) Eva c) Paco d) Olga e) Luis

Idea para la solución: Analizar los casos que se pueden presentar, considerando que Hugo solo le puede lanzar a Paco o a Luis y que nunca le lanzarán la pelota a una chica.

7. (ORM-UIS, 2014) Juan desea pintar una bandera compuesta por cinco partes horizontales y posee color rojo, amarillo y negro. Cada parte se debe pintar de un solo color y dos partes contiguas deben pintarse de colores distintos. La cantidad de formas en que Juan puede pintar la bandera es:

- a) 52 b) 36 c) d) 72 e) 54

Idea para la solución: Considerar un color cualquiera para la primera parte y notar que para las demás partes solo va tener dos colores disponibles.

8. (Canguro Matemático, 2019) En una hoja hay dibujados cuadrados y hexágonos regulares. Los polígonos no tienen ningún punto común. Hay 15 polígonos y el número de cuadrados es el doble del número de hexágonos. ¿Cuántos vértices hay en total?

- a) 30 b) 40 c) 60 d) e) 80

Idea para la solución: Primero, encuentre el número de cuadrados y hexágonos regulares.

English Challenge

9. (COMATEQ-UNICAUCA, 2020). In the sequence

$$\dots, a, b, c, d, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$$

each term is the sum of the two terms immediately to its left. Find a . **Idea para la solución:** Visita el solucionario del año 2020 de la COMATEQ en el siguiente link webwork-test.uprm.edu

Referencias

- [1] Canguro Matemático. Recuperado de www.canguromat.org.es.
[2] COMATEQ, COmpetencia de MATemáticas por EQuipos. Recuperado de webwork-test.uprm.edu.
[3] NCERT, National Council of Educational Research and Training. Recuperado de ncert.nic.in.
[4] OJM, Olimpiada Juvenil de Matemáticas. Recuperado de acmfiles.s3.amazonaws.com.
[5] OM-UDEA, Olimpiadas de Matemáticas, Universidad de Antioquia. Recuperado de www.olimpiadasudea.co.



- [6] OME, Olimpiada Matemática Española, Problemas propuestos y resultados. Recuperado de www.olimpiadamatematica.es.
- [7] OMM, Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Recuperado de www.ommenlinea.org/.
- [8] OMPR, Olimpiadas Matemáticas de Puerto Rico. Recuperado de om.pr.
- [9] ORM-UIS, Olimpiadas Regionales de Matemáticas, Universidad Industrial de Santander. Recuperado de matematicas.uis.edu.co.

Comité Organizador ORM-UDENAR y Profesoras de Apoyo

E-mail: orm@udenar.edu.co

Página web: <http://orm.udenar.edu.co/>

Departamento de Matemáticas y Estadística

Universidad de Nariño

2021