



Olimpiadas Regionales de Matemáticas*
Universidad de Nariño
Nivel III (Grados 10 y 11)
Entrenamiento No. 4: Lógica



// No le temáis a los errores. Conocerás el fracaso. Continúa explorando. //

Benjamin Franklin, *Autor y escritor, político, administrador, científico e inventor estadounidense. Formó parte de los fundadores de los Estados Unidos, 17 de enero de 1706 – 17 de abril de 1790.*

1. Sofía Kovalévskaya (1850 – 1891)



mujeresnotables.com

El Profesor Karl Weierstrass (uno de los más grandes matemáticos del siglo XIX «padre del análisis moderno»): “En lo que concierne a la educación matemática de Kovalévskaya, puedo asegurar que he tenido muy pocos alumnos que pudieran igualarse a ella en aplicación, capacidad, celo y entusiasmo por la ciencia”. Sofía Vasílievna Kovalevskaya o más conocida como la heroína de las matemáticas, fue una matemática rusa que tuvo que superar muchos obstáculos en una época en que la ciencia estaba restringida para el sector femenino; el gran coraje y determinación que la caracterizaban hizo que se abriera el camino en el oscurantismo dominante en el mundo intelectual patriarcal. Sus

contribuciones en análisis, ecuaciones diferenciales parciales y la mecánica, le dan el honor de ser una de las pioneras en el campo matemático en todo el mundo: la primera mujer en obtener un doctorado (en el sentido moderno) en matemáticas, la primera mujer nombrada para una cátedra completa en el norte de Europa y una de las primeras mujeres en trabajar para un científico. Según la historiadora de la ciencia Ann Hibner Koblitz, Kovalévskaya fue “la científica más conocida antes del siglo XX”.

2. Problema resuelto

(OMPR, 2018-2019) Se hicieron cinco predicciones antes del partido de fútbol entre el Real Madrid y el Manchester United:

1. El juego no finalizará en empate;
2. El Real Madrid anotará;
3. El Real Madrid ganará;
4. El Real Madrid no perderá;
5. Se anotarán tres goles.

¿Cuál fue el marcador final del partido Real Madrid - Manchester United si exactamente tres de las predicciones se hicieron realidad?

a)

Real Madrid	Manchester United
3	0

b)

Real Madrid	Manchester United
2	1

c)

Real Madrid	Manchester United
0	3

	Real Madrid	Manchester United
d)	1	2

e) Esta situación no es posible.

Respuesta: d).

Solución. Supongamos verdadera la predicción (3), es decir que el Real Madrid ganará. Entonces, el juego no finaliza en empate, de ahí que el Real Madrid anotará y no perderá. Esto implica que las predicciones (1), (2) y (4) sean verdaderas. Por tanto, la predicción (3) es falsa, ya que sólo existen exactamente tres de ellas verdaderas y en este caso se tienen cuatro.

Ahora suponiendo que el Real Madrid empatará, se obtiene que las predicciones (1), (3) y (5) son falsas, lo cual no puede suceder dado que exactamente 3 de las predicciones son verdaderas. Lo anterior implica que el Real Madrid perderá, de donde obtenemos que las predicciones verdaderas son la (1), (2) y (5). Los posibles marcadores en los cuales el Real Madrid perderá son 0-3 o 1-2, sin embargo dado que el Real Madrid anotará se concluye que el marcador final será 1-2. $\square$

3. Problemas Propuestos

- (AMC8, 2014) George camina 1 milla hasta la escuela. Sale de casa a la misma hora todos los días, camina a una velocidad constante de 3 millas por hora, y llega justo cuando comienzan las clases. George se distrajo por el bonito amanecer de este día y caminó la primera $\frac{1}{2}$ de milla a una velocidad de solo 2 millas por hora. ¿A cuántas millas por hora debe correr George la última $\frac{1}{2}$ de milla para llegar justo cuando comienzan las clases de este día?

a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12



- (AMC8, 2014) Tres miembros del equipo femenino de voleibol del colegio Euclid Middle tuvieron la siguiente conversación.

Ashley: Me acabo de dar cuenta de que nuestros números de uniforme son números primos de 2-dígitos.

Caitlin: Eso es gracioso. La suma de sus dos números de uniforme es la fecha de mi cumpleaños a finales de este mes.

Bethany: Y la suma de sus dos números de uniforme es la fecha de mi cumpleaños a principios de este mes.

Ashley: Y la suma de sus dos números uniforme es la fecha de hoy.

¿Qué número lleva Caitlin?

a) 11 b) 13 c) 17 d) 19 e) 23

3. (OBMEP, 2018) La abuela Vera quería saber cuál de sus cinco nietas había hecho un dibujo en la pared de su sala. Las nietas hicieron las siguientes declaraciones:



- **Emilia:** No fui yo.
- **Luisa:** Fue María o Rafaela quien la dibujó.
- **María:** No fue Rafaela ni Victoria.
- **Rafaela:** No fue Luisa.
- **Victoria:** Luisa no está diciendo la verdad.

Si solo una de las nietas mintió, ¿quién hizo el dibujo?

- a) Emilia b) Luisa c) María d) Rafaela e) Victoria
4. (OMGTO, 2021) Se tienen 50 pelotas en una urna, cada una tiene exactamente un número y una letra. Los números posibles son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, y las letras posibles son A, B, C, D y E. Además no hay dos pelotas con el mismo número y la misma letra. ¿Cuántas pelotas es necesario sacar para asegurarse de que tienes dos pelotas con el mismo número, o tres pelotas con diferente letra?
- a) 10 b) 20 c) 30 d) 11 e) 21
5. (OMGTO, 2020) Como todo el mundo sabe los gatos verdes siempre dicen la verdad y los gatos azules siempre dicen mentiras. Una vez en la noche se encontraron 5 gatos, y como no podían verse entre ellos no podían distinguir sus colores así que el primero dijo “Soy verde”. El segundo dijo “Al menos 3 de nosotros son morados”. El tercero dijo “El primer gato es azul”. El cuarto dice, “Al menos 3 de nosotros son azules”. Y el quinto dice “todos somos azules”. ¿Cuántos gatos son verdes?
- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4
6. (OBMEP, 2018) John tiene la extraña costumbre de mentir los lunes, martes y miércoles. El resto de días de la semana dice la verdad. Todos los días John le dice a María si va a mentir o no al día siguiente. ¿Cuántos días de la semana puede decir John: “Ayer le dije a María que hoy mentiría”?
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

English Challenge

7. (OMPR, 2017-2018) Alejandra likes even numbers, Beatriz likes numbers divisible by 3, and Celina likes numbers divisible by 5. Each of these three girls went separately to a basket containing eight balls with numbers written on them and took all the balls with numbers that they like. Resulting in that Alejandra collected balls with the numbers 32 and 52, Beatriz with 24, 33 and 45 and Celina with 20, 25 and 35. In what order did the girls approach the basket?

- | | | | | |
|------------|-------------|---------------|------------|---------------|
| Alejandra, | Celina, | Beatriz, | Beatriz, | Celina, |
| a) Celina, | b) Beatriz, | c) Alejandra, | d) Celina, | e) Alejandra, |
| Beatriz | Alejandra | Celina | Alejandra | Beatriz |