



Olimpiadas Regionales de Matemáticas*
Universidad de Nariño
Nivel III (Grados 10 y 11)
Entrenamiento No. 2: Álgebra (Profesores)



“ Cualquier persona que deja de aprender es viejo, ya tenga veinte u ochenta años. Cualquier persona que sigue aprendiendo se mantiene joven. ”

Henry Ford, Empresario y emprendedor estadounidense, fundador de la compañía Ford Motor Company y padre de las cadenas de producción modernas utilizadas para la producción en masa, 30 de julio de 1863 – 7 de abril de 1947.

1. Katherine Johnson (1918 – 2020)



 es.wikipedia.org

Fue física, científica espacial y matemática estadounidense, que contribuyó a la aeronáutica de Estados Unidos y sus programas espaciales. Sus cálculos de la mecánica orbital como empleada de la NASA fueron fundamentales para el éxito del primer y posteriores vuelos espaciales tripulados en su país. Durante su carrera de 35 años en la NASA y su predecesor, el Comité Asesor Nacional para la Aeronáutica (NACA), se ganó la reputación de dominar los cálculos manuales complejos y contribuyó al uso pionero de computadoras para realizar tareas. La agencia espacial destacó su “papel histórico como una de las primeras mujeres afroamericanas en trabajar como científica de la NASA”.

En la película *Figuras Ocultas*, de Theodore Melfi (2016), se dio a conocer su trabajo y el de otras mujeres afroamericanas en la NASA con excelentes aportes desde la matemática como en la computación.

2. Problema resuelto

(ORM-UIS, 2010) Si $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2+x}}$ entonces x es igual:

- a) $\sqrt{2} - 2$ b) $\sqrt{2} + 2$ c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{2} + 1$ e) $\boxed{\sqrt{2} - 1}$

Respuesta: e).

Solución. De la expresión se tiene que

$$2 + \frac{1}{2+x} = \frac{4+2x+1}{2+x} = \frac{5+2x}{2+x}$$

y así

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{2+x}} = \frac{2+x}{5+2x}$$

Luego,

$$\sqrt{2} - 1 = \frac{1}{2 + \frac{1}{2+x}} = \frac{2+x}{5+2x}$$



Por tanto,

$$\begin{aligned}(\sqrt{2}-1)(5+2x) &= 2+x \\ 2x(\sqrt{2}-1) - x &= 2-5(\sqrt{2}-1) \\ x(2\sqrt{2}-2-1) &= 7-5\sqrt{2},\end{aligned}$$

y en consecuencia

$$x = \frac{7-5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-3} = \frac{(7-5\sqrt{2})(2\sqrt{2}+3)}{8-9} = \frac{14\sqrt{2}+21-20-15\sqrt{2}}{-1} = \sqrt{2}-1.$$

□

3. Problemas Propuestos

1. (OCM, 2017) Pablo quiere comprar paletas para sus amigos. La tienda vende paletas sueltas a \$1 000 cada una, cajas de 3 paletas por \$2 000, y cajas de 5 paletas por \$3 000. ¿Cuál es el mayor número de paletas que Pablo puede comprar con \$8 000?

- a) 8 b) 11 c) 12 d) 13 e) 15

Idea para la solución: Para el presupuesto disponible de \$8 000 tomar dos de los tres tipos de cajas, las que contengan el mayor número de paletas.

2. (EXAMUDEA, 2003-2009) Sean m y q dos números reales, se define la operación: $m \star q = \frac{mq}{2}(m-3q)$, entonces $q \star q$ es igual a:

- a) $-\frac{q^2}{2}$ b) q^3 c) $\frac{q^2}{2}$ d) $-q^3$ e) q

Idea para la solución: Reemplace el cambio de variable $m = q$ en la operación y simplifique algebraicamente la expresión resultante.

3. (OLCOMA, 2017) Si a y b son dos números reales, tales que $a + b = 2$, entonces la solución de la ecuación $ax - x - a + 1 = b + 2 - bx$ es:

- a) 1 b) 3 c) a d) $a + b$ e) $a + b - 2$

Idea para la solución: Despeje x de la ecuación y tenga en cuenta que $a + b = 2$.

4. (ORM-UIS, 2019) Si $x^2 - y^2 = 2$ y $\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y} = -3$, ¿cuál es el valor de $x^2 + y^2$?

- a) $\frac{2}{3}$ b) $-\frac{3}{2}$ c) -6 d) 6 e) 2

Idea para la solución: Simplifique el lado izquierdo de la segunda expresión, factorice el signo y tenga en cuenta que $x^2 - y^2 = 2$.

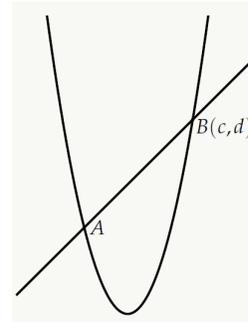
5. (OCM, 2017) La suma de dos números reales distintos de cero es igual a 4 veces su producto. ¿Cuál es la suma de los inversos de esos dos números?

- a) 1 b) 2 c) 4 d) 8 e) 12

Idea para la solución: Sean $x \neq 0$ y $y \neq 0$ dos números reales, note que: $\frac{y+x}{xy} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

6. (OLCOMA, 2017)

En la figura adjunta están representadas las ecuaciones de una recta y una parábola $y = x - 1$ y $y = x^2 + ax + b$, respectivamente. Los puntos donde se cortan estas dos curvas son $A(1,0)$ y $B(c,d)$; donde las componentes del punto B son desconocidas. Ahora, si se conoce que los puntos $A(1,0)$ y el punto $P(0,5)$ pertenecen a la parábola, entonces las coordenadas del punto B son:

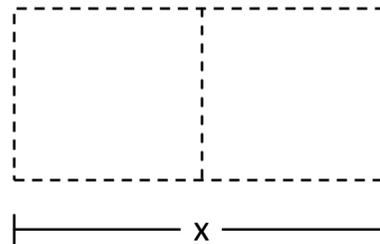


- a) (4,3) b) (5,4) c) (6,5) d) (7,6) e) (8,7)

Idea para la solución: Use los puntos A y P para determinar los valores a y b de la ecuación de la parábola, una vez encontrados, iguale esta ecuación a la ecuación de la recta para encontrar los valores de las coordenadas del punto de corte $B(c,d)$.

English Challenge

7. (EXAMUDEA, 2003-2009) We want to fence a field of land with an area of 100 square meters; for this, the field is divided into two equal parts with a fence parallel to one of its sides, as shown in the following figure



to do the job the entire length of the fence " L " can be written in terms of x as:

- a) $L = \frac{203}{100}x$ b) $L = \frac{201}{100}x$ c) $L = 2x + \frac{x}{300}$ d) $L = 2x + \frac{300}{x}$ e) $L = 2x + \frac{100}{x}$

Idea for solution: Let x and y be the dimensions of the rectangular field (length and width of the field, respectively), calculate its area, calculate its width y and replace it in L .

Referencias

- [1] EXAMUDEA, Examen de Admisión, Universidad de Antioquia. Recuperado de profalexz.blogspot.com.
- [2] OCM, Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Recuperado de oc.uan.edu.co/olimpiada-colombiana-de-matematicas.
- [3] OLCOMA, Olimpiadas Costarricense de Matemáticas. Recuperado de <http://olcoma.ucr.ac.cr/>.
- [4] ORM-UIS, Olimpiadas Regionales de Matemáticas, Universidad Industrial de Santander. Recuperado de matematicas.uis.edu.co.



Comité Organizador ORM-UDENAR y Profesores de Apoyo

E-mail: orm@udenar.edu.co

Página web: <http://orm.udenar.edu.co/>

Departamento de Matemáticas y Estadística

Universidad de Nariño

2021