



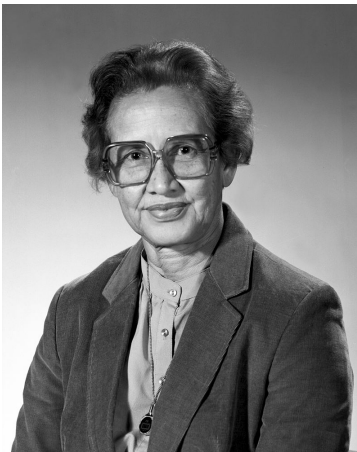
Olimpiadas Regionales de Matemáticas
Universidad de Nariño
Nivel II (Grados 8 y 9)
Entrenamiento No. 2: Álgebra (Profesores)



“ Cualquier persona que deja de aprender es viejo, ya tenga veinte u ochenta años. Cualquier persona que sigue aprendiendo se mantiene joven. ”

Henry Ford, *Empresario y emprendedor estadounidense, fundador de la compañía Ford Motor Company y padre de las cadenas de producción modernas utilizadas para la producción en masa*, 30 de julio de 1863 – 7 de abril de 1947.

1. Katherine Johnson (1918 – 2020)



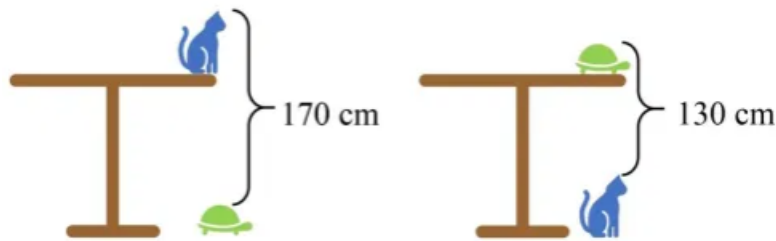
 es.wikipedia.org

Fue física, científica espacial y matemática estadounidense, que contribuyó a la aeronáutica de Estados Unidos y sus programas espaciales. Sus cálculos de la mecánica orbital como empleada de la NASA fueron fundamentales para el éxito del primer y posteriores vuelos espaciales tripulados en su país. Durante su carrera de 35 años en la NASA y su predecesor, el Comité Asesor Nacional para la Aeronáutica (NACA), se ganó la reputación de dominar los cálculos manuales complejos y contribuyó al uso pionero de computadoras para realizar tareas. La agencia espacial destacó su “papel histórico como una de las primeras mujeres afroamericanas en trabajar como científica de la NASA”.

En la película *Figuras Ocultas*, de Theodore Melfi (2016), se dio a conocer su trabajo y el de otras mujeres afroamericanas en la NASA con excelentes aportes desde la matemática como en la computación.

2. Problema resuelto

(BLO, 2021) A partir de la figura, ¿cuál es la altura en cm de la mesa,?



a) 145

b) 147

c)

d) 155

e) 160

Solución.

Si T representa la altura de la tortuga, G la altura del gato y M la altura de la mesa, entonces de la figura se tiene que

$$G + M - T = 170 \quad (1)$$

$$T + M - G = 130 \quad (2)$$

De la ecuación (1) se tiene que $G - T = 170 - M$, entonces $-G + T = M - 170$, reemplazando en la ecuación (2), tenemos que $T + M - G = M - 170 + M = 130$. Así $2M = 300$ y por lo tanto la altura de la mesa es $M = 150$ cm.

3. Problemas Propuestos

1. (YSTP, 2018) Carlos dispone de tres cuerdas de 120, 96 y 60 metros de longitud. Desea saber cual es la longitud de corte de modo que todos los trozos en las tres cuerdas sean lo mas largos posibles ¿Cuántos trozos obtendrá en total?

- a) Trozos de 15 metros y obtendrá 18 en total.
 b) Trozos de 18 metros y obtendrá 15 en total.
 c) Trozos de 24 metros y obtendrá 11 en total.
 d) Trozos de 12 metros y obtendrá 23 en total.
 e) Trozos de 8 metros y obtendrá 24 en total.
 f) Trozos de 4 metros y obtendrá 69 en total.

Idea para la solución Para encontrar la longitud máxima se debe calcular el M.C.D. de 120, 96 y 60 y dividirlo entre cada número para conocer el número de trozos en cada cuerda.

2. (XXIX-OLCOMA, 2017) Si a y b son números reales, tales que $a + b = 2$, entonces ¿Cuál es el valor de x en la ecuación $ax - x - a + 1 = b + 2 - bx$?

- a) 1 b) 3 c) a d) $a + b$ e) b

Idea para la solución: Realizando transposición de términos y factorizando tenemos que $x(a + b) + 1 = (a + b) + 2 + x$.

3. (ORM-UDENAR, 2021) La suma

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

es igual a:

- a) 9 b) 10 c) 5 d) 1 e) 99

Idea para la solución: Note que $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} = \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{(a+1) - a} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$.

4. (ORM-UDENAR, 2021) Si $x^2 - y^2 = 5$ y $y = 2$. El resultado de $x(x - y)(x + y)$ es

- a) ± 15 b) ± 25 c) ± 20 d) ± 22 e) ± 18

Idea para la solución: Como $y = 2$ a partir de $x^2 - y^2 = 5$ tenemos que $x = \pm 3$ se sigue que $\pm 3 \times 5 = \pm 15$.

5. (OJM, 2009) Un barril está lleno de agua. Lo vacías a la mitad y después le añades un litro de agua. Después de hacer esta operación (vaciar la mitad de lo que hay y añadir un litro) cinco veces seguidas, te quedan 3 litros de agua en el barril. ¿Cuántos litros de agua había en el barril inicialmente?

- a) 33 b) 36 c) 32 d) 34 e) 35

Idea para la solución: Suponga que inicialmente el barril tiene x litros de agua. De esta forma, luego de hacer una operación quedan $x/2 + 1$ litros. La segunda vez que se hace la operación en el barril quedan $(x/2 + 1)/2 + 1$. Continúe con esta idea para obtener una expresión para las cinco veces que se realiza la operación citada.

6. (ORM-UDENAR, 2021) Suponga que x y y son números reales diferentes de cero tales que $\frac{3x+y}{x-3y} = -2$.
¿Cuál es el valor de $\frac{x+3y}{x-2y}$?

- a) -4 b) 4 c) 1 d) 2 e) -2

Idea para la solución Transponiendo términos en la primera relación tenemos $3x + y = -2x + 6y$ de ahí construimos el numerador deseado y volvemos a transponer términos, obteniendo el resultado.

English Challenge

7. (AoPS, 2021) Can you rearrange the boxes so that the sum of the numbers on any two neighboring boxes is a perfect square?



Idea pra la solución:

Lo primero es darse cuenta de que los números incluidos cubren sólo los únicos 4 posibles cuadrados perfectos; 4, 9, 16, 25. Después simplemente emparejar los números para alcanzar estos números.

Referencias

- [1] AoPS, Art Of Problem Solving. Recuperado de artofproblemsolving.com.
 [2] BLO, Best of live online. Recuperado de <https://bestlifeonline.com>.
 [3] OJM, Olimpiada Juvenil de Matemáticas. Recuperado de acmfiles.s3.amazonaws.com.
 [4] ORM-UDENAR, Olimpiadas Regionales de Matemáticas, Universidad de Nariño. Recuperado de orm.udenar.edu.co.
 [5] Problemas y soluciones XXIX Olimpiada Costarricense de Matemáticas, Revista Digital: Matemática, Educación e Internet. Recuperado de <https://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/4233>.
 [6] YSTP, Yo soy tu profe. Recuperado de <https://yosoytuprofe.20minutos.es>.

Comité Organizador ORM-UDENAR y Profesores de Apoyo

E-mail: orm@udenar.edu.co

Página web: <http://orm.udenar.edu.co/>
 Departamento de Matemáticas y Estadística

Universidad de Nariño

2021