Olimpiadas Regionales de Matemáticas
Universidad de Nariño
Nivel II (Grados 8 y 9)
Entrenamiento No. 5: Álgebra (Profesores)

> *En los momentos de crisis solo la imaginación es más importante que el conocimiento.*

Albert Einstein, *Físico alemán de origen judío, nacionalizado después suizo, austriaco y estadounidense*, 14 de marzo de 1879 – 18 de abril de 1955.

1. Emmy Noether (1882-1935)

https://mujeresconciencia.com

Recibió desde pequeña el amor por las matemáticas por influencia de su padre, Max Noether, quien era profesor de Álgebra. Gracias a su dedicación obtuvo su doctorado en la Universidad de Heidelberg en 1868.

Emmy fue una de las grandes mentes matemáticas del siglo XX. Considerada la madre del álgebra abstracta, sus trabajos abrieron caminos nuevos que marcaron de manera fundamental la trayectoria seguida por las matemáticas contemporáneas, y su análisis de los grupos de simetrías que aparecen en las teorías especial y general de la relatividad permitió entender y resolver el problema de la conservación de la energía en la teoría general de la relatividad de Einstein. Fue considerada por David Hilbert, Albert Einstein y otros personajes como la mujer más importante en la historia de la matemática.

2. Problema resuelto

(UKMT, 2017) Al sumar las edades de Alicia y Bety se obtiene 39 años. Mientras que la edad combinada de Bety y Clara es 40. Por otro lado, las edades de Clara y Dany suman 38. Finalmente, las edades de Dany y Eva suman 44. El total de las cinco edades es 105. ¿Cuál de los cinco es la más joven?

a) Alicia b) Bety c) Clara d) $\boxed{\text{Dany}}$ e) Eva

Solución. Sean a, b, c, d, e las edades de Alicia, Bety, Clara, Dany y Eva, respectivamente. Entonces según el enunciado tenemos que $b + c = 40$ y $d + e = 44$, sumando estas 4 edades tenemos $b + c + d + e = 84$. Además conocemos que $a + b + c + d + e = 105$. Por lo que al restar estas dos últimas ecuaciones se obtiene el valor de a, es decir:

$$a = 105 - 84 = 21.$$

Conociendo este dato se obtiene que $b = 39 - 21 = 18$, de manera similar $c = 40 - 18 = 22$, luego $d = 38 - 22 = \mathbf{16}$ y finalmente $e = 44 - 16 = 28$.
Por lo tanto, concluimos que Dany es la más joven.

$\square$

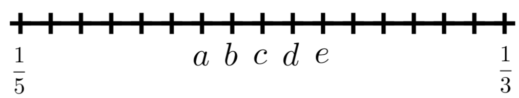
3. Problemas propuestos

1. (ORM-UIS, 2011) Alirio compra 30 bultos de concentrado para alimentar a su ganado. El suministro diario de concentrado para el ganado es dos tercios de un bulto. ¿Para cuántos días le alcanza el concentrado que compró?

   a) 20 b) 30 c) 35 d) 40 e) $\boxed{45}$

   Idea para la solución: Tener en cuenta el concepto de números fraccionarios.

2. (Nieto, 2015) Las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$ se colocan en la recta numérica, ¿En qué posición se ubica la fracción $\frac{1}{4}$?



   a) $\boxed{a}$ b) b c) c d) d e) e

   Idea para la solución: Amplificar fracciones a un común denominador y observar las relaciones con la gráfica.

3. (OMM, 2020) En el salón de clase de mi hermano hay 7 niños más que niñas. Si en su clase hay el doble de niños que de niñas. ¿Cuántas compañeras tiene mi hermano?

   a) 5 b) 6 c) $\boxed{7}$ d) 8 e) 9

   Idea para la solución: Plantear una ecuación lineal, donde x es el número de niñas.

4. (OMM, 2004) Edgar quiere chocolates. Si compra 5 chocolates le sobrarían 10 pesos, mientras que para comprar 7 chocolates tendría que pedir prestados 22 pesos. Si todos los chocolates cuestan lo mismo, ¿Cuánto cuesta cada chocolate?

   a) 11 b) $\boxed{16}$ c) 22 d) 26 e) 33

   Idea para la solución: Formar un sistema de ecuaciones de 2×2.

5. (UKMT, 2019) Se tienen dos números a y b tales que $a + b = \frac{2}{3}$ y $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$. ¿Cuál es el valor de $a - b$?

   a) $-\frac{2}{3}$ b) $\boxed{-\frac{2}{15}}$ c) $\frac{2}{25}$ d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{2}{3}$

   Idea para la solución: Utilizar las dos ecuaciones para encontrar el valor b.

6. (OC-UAN, 2000) Juan tiene una máquina increíble que da cambio para monedas. Por ejemplo: Por una moneda de \$25, la máquina devuelve cinco monedas de \$5. Por una moneda de \$5, la máquina devuelve cinco monedas de \$1. Por una moneda de \$1, la máquina devuelve cinco monedas de \$25. Juan comienza con una sola moneda de \$1 peso. ¿Cuál de las siguientes cantidades podría tener Juan después de usar la máquina repetidamente?

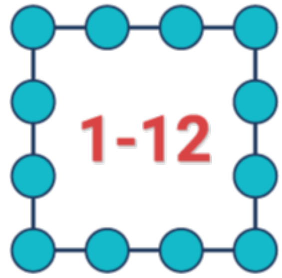
   a) \$363 b) \$513 c) \$630 d) $\boxed{\$745}$ e) \$907

   Idea para la solución: Descomponer los números teniendo en cuenta las denominaciones de las monedas (1, 5, 25 pesos).

English challenge

7. (AoPS, 2020) Place the numbers from 1 to 12 in the circles, so that the sum of the integers along each side of the square is 25.

   Idea para la solución: Note que la suma de los cuatro números en las esquinas debe ser 22. Además, este problema no tiene solución única.



Referencias

[1] UKMT, United Kingdom Mathematics Trust. Recuperado de https://www.ukmt.org.uk/

[2] ORM-UIS, Olimpiadas Regionales de Matemáticas, Universidad Industrial de Santander. Recuperado de http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas-secundaria

[3] Nieto, J. (2015). Álgebra para Olimpiadas Matemáticas. Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas.

[4] OMM, Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Recuperado de http://www.ommenlinea.org/

[5] OC-UAN, Olimpiada Colombiana de Matemáticas, Universidad Antonio Nariño. Recuperado de http://oc.uan.edu.co/olimpiada-colombiana-de-matematicas/pruebas

[6] AoPS, Art of Problem Solving. (2020). Recuperado de artofproblemsolving.com

Comité Organizador ORM-UDENAR y Profesoras de Apoyo
E-mail: orm@udenar.edu.co
Página web: orm.udenar.edu.co
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad de Nariño
2020