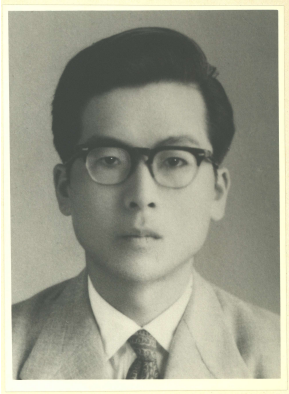
Olimpiadas Regionales de Matemáticas
Universidad de Nariño
Nivel I (Grados 6 y 7)
Entrenamiento No. 10: Misceláneo (Profesores)

> *No le temáis a los errores. Conocerás al fracaso. Continúa explorando.*
>
> Benjamin Franklin, *Autor y escritor, político, administrador, científico e inventor estadounidense. Formó parte de los fundadores de los Estados Unidos*, 17 de enero de 1706 – 17 de abril de 1790.

1. Yu Takeuchi (1927-2014)



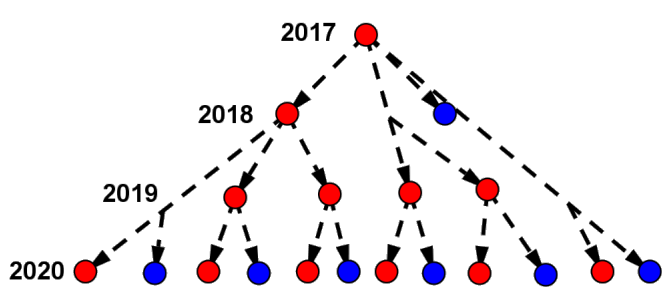
https://scm.org.co

Takeuchi fue físico y matemático, profesor de la Universidad de Ibaraki. Llegó a Colombia por medio de un intercambio cultural del gobierno japonés en 1959 promovido por la Universidad Nacional de Colombia, de donde sería profesor hasta 1989. Formó parte de la primera promoción de la Maestría en Ciencias con Especialidad Matemática de la Universidad Nacional de Colombia en 1972. Es reconocido por ser el fundador de la revista *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*. Según Ignacio Mantilla, alumno de Yu Takeuchi y exrector de la Universidad Nacional de Colombia, en el evento de los 100 años de relaciones entre Colombia y Japón, en 2008, se le dió un reconocimiento como el personaje japonés más influyente en Colombia. Desde el año 2016, la familia Takeuchi y la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales otorgan el Premio Yu Takeuchi en honor y memoria del gran profesor.

2. Problema resuelto

(COMATEQ-UDENAR, 2017) Las células ROJAS del planeta marte se reproducen cada año, siguiendo la siguiente regla: si el año es par cada célula ROJA genera una célula ROJA y una AZUL, mientras que si el año es impar da lugar a dos células ROJAS. La más reciente investigación de la NASA descubrió que las células ROJAS y AZULES son inmortales, que las células AZULES nunca se reproducen y que cada año toda célula ROJA da vida a nuevas células. Si el 4 de marzo del 2017 un astronauta trajo una célula ROJA recién nacida a nuestro planeta, ¿cuál será la diferencia (positiva) entre la cantidad de células ROJAS y AZULES el 4 de marzo del 2027?
Respuesta: El 4 de marzo del 2027, la diferencia entre las células ROJAS y AZULES será de **6221** células.

Solución. En la siguiente figura se presenta el proceso de reproducción de las células entre los años 2017 y 2022. De donde se obtiene una forma recursiva para la cantidad de células azules y rojas por año.



	Cantidad por año	
	Rojas	**Azules**
2017	1	0
2018	$1+1=2$	$0+1=1$
2019	$2*2+2=2*3=6$	1
2020	$6*2=12$	$1+6=7$
2021	$12*3=36$	7
2022	$36*2=72$	$7+36=43$

De esta forma al continuar el proceso, se concluye que en el año 2027 habrá 7776 células ROJAS y 1555 AZULES. Luego la diferencia entre sus poblaciones será de **6221**. □

3. Problemas Propuestos

1. (OC-UAN, 2000) En el Colegio Los Faroles, las $\frac{2}{5}$ partes de los estudiantes de octavo grado y las $\frac{4}{5}$ partes de los de noveno grado participaron en la *Prueba Clasificatoria de Olimpiadas de Matemáticas*. Dado que el número de concursantes de octavo grado era igual al número de concursantes de noveno grado, ¿cuál de los siguientes enunciados es necesariamente verdadero?

   a) El número total de estudiantes en noveno es cinco veces el número de estudiantes en octavo grado.

   b) El número total de estudiantes en noveno es el doble del número de estudiantes de octavo.

   c) Hay igual número de estudiantes en octavo y noveno grados.

   d) $\boxed{\text{El número total de estudiantes de octavo es el doble del número de estudiantes de noveno}}$.

   e) El número total de estudiantes de octavo grado es cinco veces el número de estudiantes de noveno.

   Idea para la solución: Mirar la condición para qué $\frac{2}{5}$ del número de estudiantes de octavo sea igual a $\frac{4}{5}$ del número de estudiantes de noveno.

2. (Canguro matemático, 2018) Se consideran las cuatro afirmaciones siguientes relativas al número natural x.

   - x es divisible por 5
   - x es divisible por 11
   - x es divisible por 55
   - x es menor que 10

   Se sabe que dos de esas afirmaciones son verdaderas y las otras dos son falsas. Entonces el número x es igual a:

   a) 0 b) $\boxed{5}$ c) 10 d) 11 e) 55

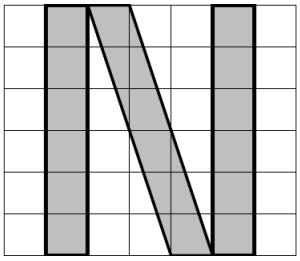
   Idea para la solución: Usar criterios de divisibilidad.

3. (OMPR, 2011-2012) Arturo selecciona un número y le suma 1. Al resultado le resta 2. El número obtenido lo multiplica por 3, luego, divide el número encontrado entre 4 y su resultado es 6. ¿Cuál fue el número que seleccionó Arturo?

   a) 6 b) 8 c) $\boxed{9}$ d) 10 e) 12

   Idea para solución: Realizar las operaciones de atrás hacia adelante, aplicando la operación inversa a la indicada.

4. (OMM, 2004) Si la longitud del lado de cada cuadrito es 1 cm. ¿Cuál es el área de la letra N?



a) 15 b) 16 c) 17 d) $\boxed{18}$ e) 19

Idea para la solución: Tomar la diagonal de N y completar cuadrados usando simetrías.

5. (ORM-UDENAR, 2020) En una competencia de atletismo participa un representante de cada uno de los siguientes departamentos de Colombia: Antioquia, Bolivar, Cauca, Nariño, Putumayo y Valle del Cauca. Si no hay empates, ¿de cuántas formas diferentes pueden quedar las posiciones de llegada?

a) 36 b) 120 c) 310 d) $\boxed{720}$ e) 1.296

Idea para la solución: Realice ejemplos con un número menor de competidores. Observe que el número de posibilidades en cada posición disminuye.

6. (ORM-UIS, 2017) Alicia escribe el siguiente texto:

NOS VEMOS EL DOMINGO.

Bernardo lo reescribe a tres renglones (filas) así:

N E E M O
O V M S L O I G
S O D N

y Cesar lee por renglones y en bloques de tres letras lo que escribe Bernardo así:

NEE MOO VMS LOI GSO DN.

Si Alicia escribió un segundo texto, el cual reescribió Bernardo y luego leyó Cesar así:

EMO ULO IGN PEO DNO D,

¿cuál fue el segundo texto escrito por Alicia?

Respuesta: EL DOMINGO NO PUEDO.

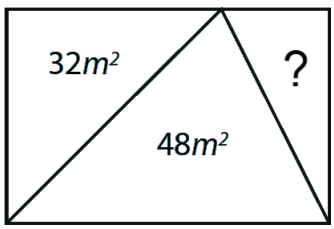
Idea para la solución: Determine cuántas de las letras iniciales en el mensaje de Cesar, deben ir en el primer renglón que escribió Bernardo.

7. (OM-UDEA, 2020) Sandra visita un restaurante cada 2 días, Carlos cada 3 días, Andrés cada 4 días, Felipe cada 5 días, Oscar cada 6 días y Tatiana cada 7 días. Hoy están todos en el restaurante. ¿Cuántos días pasarán hasta la próxima vez que se encuentren todos en el restaurante?

a) 21 b) 42 c) 120 d) $\boxed{420}$ e) 5040

Idea para la solución: Este problema es una aplicación del mínimo común múltiplo.

8. (ORM-UNIVALLE, 2017) La figura siguiente es la de un jardín rectangular que está dividido en tres regiones triangulares, dos de las cuales tienen las áreas que se indican. ¿Cuál es el área de la tercera región triangular?



Respuesta: El área de la tercera región triangular es 16 m^2.

Idea para la solución: Trace una perpendicular desde el vértice común de los tres triángulos, al lado contrario del rectángulo. Luego use las simetrías. No será necesario usar ecuaciones.

English Challenge

9. (AoPS, 2020). Fill in the boxes with the numbers 1 through 8, using each number once, so that all the equations are true.

$$\begin{array}{ccccc} \square & + & \square & = & \square \\ + & & \div & & \\ \square & \times & \square & = & \square \\ = & & = & & \\ \square & & \square & & \end{array}$$

Idea para la solución: En cada posición va un dígito diferente.

Referencias

[1] AoPS, Art of Problem Solving. (2020). Recuperado de artofproblemsolving.com

[2] Canguro Matemático, Recuperado de www.canguromat.org.es

[3] COMATEQ, COmpetencia de MATemáticas por EQuipos. Recuperado de webwork-test.uprm.edu

[4] OC-UAN, Olimpiada Colombiana de Matemáticas, Universidad Antonio Nariño. Recuperado de oc.uan.edu.co/olimpiada-colombiana-de-matematicas/pruebas

[5] OMM, Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Recuperado de www.ommenlinea.org/

[6] OM-UDEA, Olimpiadas de Matemáticas, Universidad de Antioquia. Recuperado de www.olimpiadasudea.co

[7] OMPR, Olimpiadas Matemáticas de Puerto Rico. Recuperado de om.pr

[8] ORM-UDENAR, Olimpiadas Regionales de Matemáticas, Universidad de Nariño. Recuperado de orm.udenar.edu.co

[9] ORM-UIS, Olimpiadas Regionales de Matemáticas, Universidad Industrial de Santander. Recuperado de matematicas.uis.edu.co

[10] ORM-UNIVALLE, Olimpiadas Regionales de Matemáticas, Universidad del Valle. Recuperado de orm.univalle.edu.co

Comité Organizador ORM-UDENAR y Profesoras de Apoyo
E-mail: orm@udenar.edu.co
Página web: http://orm.udenar.edu.co/
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad de Nariño
2020