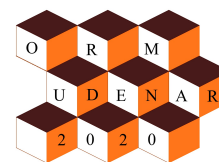
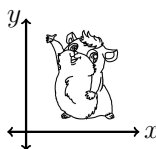




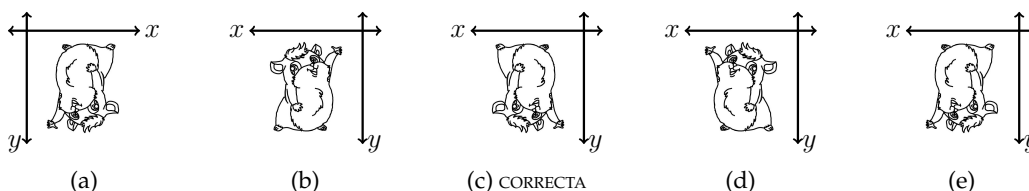
3ra Olimpiada Regional de Matemáticas
Universidad de Nariño
Examen Primera Fase
Nivel III (Grados 10 y 11)



1. En la siguiente figura se muestra un conjunto de puntos en el plano cartesiano los cuales forman un cuy.



Si cada punto (a, b) del conjunto de puntos de la figura del cuy se cambia por $(-a, -b)$, ¿qué figura se obtiene?



Idea para la solución: Imaginarse qué sucede con la figura si la rota 180° en el sentido contrario a la manecillas del reloj.

2. Santiago ha ahorrado en su alcancía 54 billetes de las denominaciones de \$20.000, \$10.000, \$5.000 y \$2.000. Si se sabe que la cantidad de billetes de una denominación mayor es menor al número de billetes de una denominación menor para todos los casos, la máxima cantidad de dinero que podría haber ahorrado Santiago es:

- a) b) 480.000 c) 490.000 d) 540.000 e) 650.000

Idea para la solución: Observe que la mayor cantidad que podría ahorrar Santiago es si tiene el mayor número de billetes de \$20.000.

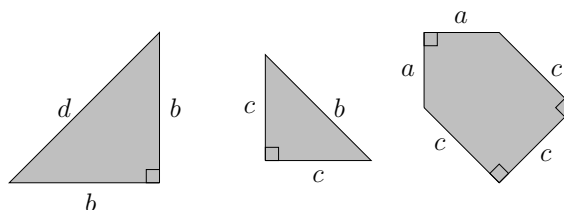
3. Los *almacenes Nariño* en el transcurso del año aplican varios descuentos en sus productos. En el mes de enero rebajaron el precio de los computadores en un 20% y en el mes de mayo aplicaron un nuevo descuento en los computadores del 15%. ¿Cuál fue el porcentaje total de rebaja en el precio de los computadores?

- a) 15 b) 30 c) d) 35 e) 40

Idea para la solución: Tener en cuenta que el segundo descuento se hace sobre el 80% del valor original del producto.

4. En la figura se muestran las relaciones que existen entre las cantidades a, b, c y d . ¿Cuál es el valor de la fracción $\frac{d+c}{b^2}$ si $a = \sqrt{2}$?

- a) b) 1 c) $\frac{4}{3}$ d) $\sqrt{2}$ e) $2\sqrt{2}$



Idea para la solución: Utilizar el teorema de Pitágoras para obtener relaciones entre las cantidades a, b, c y d .

5. Dados a y b dos enteros positivos se definen

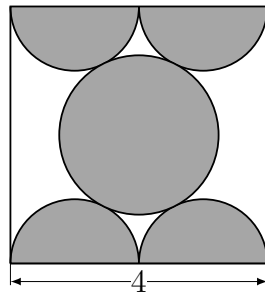
$$a \otimes b = a^b - b^a \quad \text{y} \quad a \oplus b = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}.$$

¿Cuál es el valor de $(2 \otimes 5) \oplus (2 \otimes 6)$?

- a) $\frac{10}{8}$ b) $\frac{10}{12}$ c) $\frac{4}{17}$ d) $\frac{3}{2}$ e) $\boxed{\frac{17}{4}}$

Idea para la solución: Calcular por separado $(2 \otimes 5)$ y $(2 \otimes 6)$.

6. En la figura los semicírculos y el círculo central son tangentes entre sí. Si A es igual al área del cuadrado de lado 4 cm y B es igual al área de la región sombreada, ¿cuál es el valor de $A\pi - B$?



- a) $(8 - 2\sqrt{5})\pi \text{ cm}^2$
b) $(8 + \sqrt{5})\pi \text{ cm}^2$
c) $(\sqrt{5} - 8)\pi \text{ cm}^2$
d) $\boxed{(8 + 2\sqrt{5})\pi \text{ cm}^2}$
e) $16\pi \text{ cm}^2$

Idea para la solución: Note que el triángulo con vértices en el centro del círculo central, el centro del semicírculo superior izquierdo y el punto medio del lado superior del cuadrado forman un triángulo rectángulo.

7. Luisa quiere que su madre le compre más ropa porque ella argumenta que “No tiene nada que ponerse”. Luisa tiene 6 jeans, 10 camisetitas, 7 faldas, 4 blusas y 3 chaquetas. Su mamá desea enseñarle a Luisa a combinar su ropa y así ayudar en el cuidado del medio ambiente. Para ello planea decirle el total de combinaciones que puede hacer con su ropa actual, tomando en cuenta que:

- Luisa nunca usa blusa si usa jean.
- Ella usa chaqueta solamente con blusa.
- Solo usará jean o falda, pero no ambos.
- Solo usará blusa o camiseta, pero no ambos.
- Las chaquetas son opcionales.

Si la madre de Luisa le hace notar que si utiliza una chaqueta tendrá una combinación distinta, ¿cuántas combinaciones de vestuario en total puede hacer Luisa con su ropa actual?

- a) 180 b) $\boxed{242}$ c) 424 d) 632 e) 5.040

Idea para la solución: Leer cuidadosamente el problema con el fin de elaborar las combinaciones entre jean o falda con blusa o camiseta.

8. Si los enteros positivos x , y y z satisfacen

$$\begin{aligned} x(x + y + z) &= 72 \\ y(x + y + z) &= 48 \\ z(x + y + z) &= 24 \end{aligned}$$

¿Cuál es el valor de $x - y + z$?

- a) 3 b) $\boxed{4}$ c) 12 d) 16 e) 48

Idea para la solución: Sumar las tres ecuaciones.

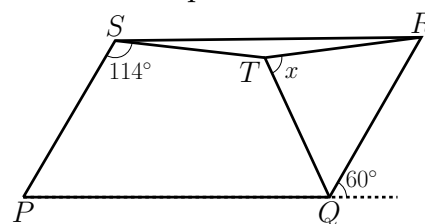
9. Nazly, Claudia, Gabriela y Janeth desean participar en las olimpiadas del conocimiento celebradas año tras año en su colegio y que se subdividen en las siguientes disciplinas: español, matemáticas, química e inglés. Sin embargo, Claudia duda de si debe entrenarse para la competencia con sus amigas del club de lectura o practicando con el vocabulario de inglés. Nazly es la única que definió que quiere prepararse en Matemáticas. Por otro lado, Janeth no está lista para resolver problemas de reacciones químicas. Si cada una debe escoger una disciplina diferente y sin importar la decisión que tome Claudia, es CORRECTO afirmar que:

- Claudia se entrena en inglés.
- Janeth participará en la competencia de inglés.
- Gabriela se prepara para las olimpiadas en matemáticas.
- Janeth participa en las olimpiadas con español.
- La disciplina en la que participa Gabriela es química.

Idea para la solución: Utilizar tablas con el fin de resumir la información del problema.

10. En el paralelogramo $PQRS$ de la figura se sabe que $\overline{TS} = \overline{TR} = \overline{TQ}$, ¿cuál es el valor del ángulo x ?

- 30°
- 60°
- 70°
- 72°
- 114°



Idea para la solución: Recuerde que los ángulos opuestos de un paralelogramo son iguales.

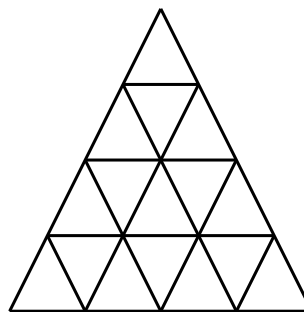
11. Juan tiene 50 bloques que miden $2\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 3\text{ cm}$, con los cuales construye una torre colocándolos uno encima de otro. Los bloques se pueden orientar de forma tal que contribuyan en 2 cm o 3 cm en la altura de la torre. ¿Cuántas alturas distintas puede construir Juan usando la totalidad de los bloques?

- 49
- 51
- 63
- 100
- 150

Idea para la solución: Determinar la altura mínima y máxima de la torre.

12. En la figura se muestra una malla triangular, en la cual al interior de cada triángulo pequeño solo se puede escribir 0 o 1. Si en cada triángulo compuesto por cuatro triángulos pequeños deben haber exactamente tres números iguales, ¿cuál es la máxima suma de los números de la malla?

- 9
- 10
- 11
- 12
- 13



Idea para la solución: Observe que existen cuatro triángulos formados por cuatro triángulos pequeños que lo único que tienen en común es un vértice o un segmento de recta.