



Olimpiadas Regionales de Matemáticas
Universidad de Nariño
Nivel II (Grados 8 y 9)
Entrenamiento No. 8: Combinatoria (Profesores)



“ No te rindas, pues la vida es eso; continuar el viaje, perseguir tus sueños, destrabar el tiempo, correr los escombros, y destapar el cielo. ”

Mario Benedetti, Escritor, poeta, dramaturgo y periodista uruguayo, 14 de septiembre de 1920 – 17 de mayo de 2009.

1. Gilberto García Pulgarín (1949 -)



Nació en el municipio de Anserma en Caldas - Colombia, es Ingeniero Civil de la Universidad de Medellín y fue Profesor titular del Instituto de Matemáticas de la Universidad de Antioquia. En 1983 finalizó la Maestría en Matemáticas en la Universidad del Valle. Es Co-fundador del grupo de investigación Álgebra, Teoría de Números y Aplicaciones: ERM (ALTE-NUA). Sus áreas de actuación son principalmente álgebra, teoría de números, combinatoria y resolución de problemas. Ha desarrollado proyectos para mejorar y fomentar la pasión por las matemáticas como el *Club de Amigos de la Matemática*, CLAMA y los *Semilleros de matemáticas* de la UDEA, cuya filosofía inicial según el propio Gilberto es: “Estimular el amor por las Matemáticas a través de la resolución de problemas”.

 scienti.minciencias.gov.co

Gilberto ha sido por muchos años, y sigue siendo un mentor para muchos estudiantes interesados en las matemáticas. Su labor tanto dentro del aula, como por fuera de ella, ha sido un motor que ha llevado a muchos de sus estudiantes a continuar su educación en programas de posgrado y a querer transmitir de igual forma su pasión por las matemáticas con estudiantes y sociedad en general.

Problema resuelto

(OMPR, 2014) En la ecuación $N \times U \times (M + E + R + O) = 33$, cada letra corresponde a un dígito diferente $(0, 1, 2, \dots, 9)$. ¿De cuántas maneras diferentes podemos seleccionar los valores de las letras?

- a) 12 b) 24 c) 30 d) e) 60

Solución. Como los únicos divisores primos de 33 son 3 y 11, se tiene que existen únicamente dos formas de escribir la expresión $N \times U \times (M + E + R + O)$; esto es 11×3 o 3×11 . Así $N \times U = 1 \times 3$ o 3×1 , ya que 11 es primo y no es un dígito. De esta forma, $M + E + R + O = 11$. Dado que los dígitos 1 y 3 ya fueron usados, entonces las opciones para las letras M, E, R y O deben tomarse del conjunto $\{0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Sin embargo, observe que la menor suma que puede formarse en la cual se incluya al 6 es $6 + 0 + 2 + 4 = 12$, en consecuencia se debe descartar al 6. Con un razonamiento similar se puede desechar al 7, al 8 y al 9. Así que para conformar $M + E + R + O$ deben usarse el 0, 2, 4 y 5, cuya suma precisamente es 11. La multiplicación $N \times U = 1 \times 3 = 3 \times 1$, puede hacer solo de dos maneras. Además, por el principio de la suma, y como la adición es conmutativa, $M + E + R + O = 11$ puede conseguirse de $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ formas diferentes. Por lo tanto, por el principio de multiplicación, existen $2 \times 24 = 48$ maneras diferentes de escoger los valores de las letras. \square

3. Problemas Propuestos

1. (Arjona, 2014) Leticia ha comprado un coche cuya matrícula es: 1234XYZ. ¿Cuántos coches habrá que tengan una matrícula del tipo * * * * XYZ formada con los números de la matrícula de Leticia sin repetir?

a) 10×3 b) 10^3 c) $3 \times 2 \times 1$ d) $3 \times 3 \times 3$ e) $4 \times 3 \times 2 \times 1$

Idea para la solución: Observe que se debe contar el número de formas de organizar los números 1, 2, 3 y 4.

2. (OMM, 2003) ¿Cuántos números de 3 dígitos "abc" (con "a" diferente de cero) son tales que $a + 3b + c$ es múltiplo de 3?

a) 300 b) 330 c) 450 d) 600 e) 990

Idea para la solución: Observe que $3b$ ya es múltiplo de 3, por tanto analice las posibles combinaciones de $a + c$.

3. (ORM-UDENAR, 2020) Doña Maruja le regaló a Carlitos 8 dulces, y le dice lo siguiente: si me mientes entonces te quito 2 dulces y si me dices la verdad entonces te duplico la cantidad de dulces. Si Carlitos dijo solamente 4 oraciones y además dos fueron ciertas y dos falsas, pero desconocemos el orden. ¿Cuál es la mayor cantidad de dulces que pudo recibir Carlitos?

a) 23 b) 28 c) 33 d) 38 e) 43

Idea para la solución: Tomar en cuenta las opciones que pueden tener las oraciones de Carlitos y tomar la opción que genere el número de dulces más alto.

4. (OMPR, 2012-2013) ¿Cuántos números de 4 cifras se pueden escribir utilizando únicamente 1's y 2's de forma que resulten múltiplos de 3?

a) 2 b) 3 c) 5 d) 6 e) 10

Idea para la solución: Tener en cuenta que la suma de los dígitos del número tiene que ser múltiplos de 3.

5. (Arjona, 2014) En una sociedad, que consta de 40 miembros, hay que elegir la junta directiva que está formada por tres cargos: presidente, tesorero y secretario, los cuales deben recaer en personas distintas. ¿De cuántas formas se puede formar la junta directiva?

a) 59,000 b) $59,280$ c) 60,900 d) 62,000 e) 64,000

Idea para la solución: Observe que cada uno de los tres cargos se puede escoger de una sola forma.

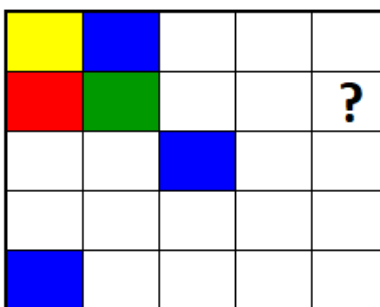
6. (Canguro, 2011) 2011 es un año especial en el que la suma de las dos primeras cifras es igual que la suma de las dos últimas. ¿Cuántos años, desde el año 1000 (hasta el 2011), han tenido esta propiedad?

- a) 35 b) 49 c) 65 d) 81 e) 100

Idea para la solución: Teniendo en cuenta los valores que se pueden obtener sumando los dos primeros dígitos de un año, cuente el número de formas que se puede conseguir este mismo valor con las dos últimas.

English Challenge

7. (COMATEQ-UDENAR, 2019) You want to paint each rectangle of a 5×5 grid, using the colors yellow, blue, red and green. With the initial distribution of colors in the given figure, which colors could be in the box with question mark, if no rectangle of the grid can share vertices, or sides with squares of the same color?



Respuesta: La casilla con interrogante se completa con el color **rojo**.

Idea para la solución: Observa la solución publicada en la sección *Reto matemático*, en el Vol. 14 Num. 1 (2018) de la revista Sigma, en el siguiente link: <https://revistas.udenar.edu.co/index.php/rsigma>

Referencias

- [1] Arjona, A. (2014). Problemas de competición sobre combinatoria. Recuperado de <https://ugr.es/>
- [2] Canguro Matemático. Recuperado de <https://www.canguromat.org.es/>
- [3] COMATEQ, COmpetencia de MATemáticas por EQuipos. Recuperado de webwork-test.uprm.edu
- [4] OMM, García Luis y otros, Problemas para la 17a Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Recuperado de http://www.ommenlinea.org/wp-content/uploads/practica/folletos/Introduccion_17.pdf
- [5] OMPR, Olimpiadas Matemáticas de Puerto Rico. Recuperado de <https://om.pr/>
- [6] ORM-UDENAR, Olimpiadas Regionales de Matemáticas, Universidad de Nariño. Recuperado de orm.udenar.edu.co

Comité Organizador ORM-UDENAR y Profesoras de Apoyo

E-mail: orm@udenar.edu.co

Página web: orm.udenar.edu.co

Departamento de Matemáticas y Estadística

Universidad de Nariño

2020